

This Page Is Inserted by IFW Operations
and is not a part of the Official Record

BEST AVAILABLE IMAGES

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images may include (but are not limited to):

- BLACK BORDERS
- TEXT CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES
- FADED TEXT
- ILLEGIBLE TEXT
- SKEWED/SLANTED IMAGES
- COLORED PHOTOS
- BLACK OR VERY BLACK AND WHITE DARK PHOTOS
- GRAY SCALE DOCUMENTS

IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.

**As rescanning documents *will not* correct images,
please do not report the images to the
Image Problem Mailbox.**

TRAITE DE COOPERATION EN MATIERE DE BREVETS

PCT

NOTIFICATION D'ELECTION
(règle 61.2 du PCT)

Expéditeur: le BUREAU INTERNATIONAL

Destinataire:

Assistant Commissioner for Patents
 United States Patent and Trademark
 Office
 Box PCT
 Washington, D.C.20231
 ETATS-UNIS D'AMERIQUE

en sa qualité d'office élu

Date d'expédition (jour/mois/année) 09 juin 2000 (09.06.00)	
Demande internationale no PCT/FR99/02524	Référence du dossier du déposant ou du mandataire 5972.WO
Date du dépôt international (jour/mois/année) 15 octobre 1999 (15.10.99)	Date de priorité (jour/mois/année) 15 octobre 1998 (15.10.98)
Déposant LAURENT-CHATENET, Nathalie etc	

1. L'office désigné est avisé de son élection qui a été faite:



dans la demande d'examen préliminaire international présentée à l'administration chargée de l'examen préliminaire international le:

15 mai 2000 (15.05.00)



dans une déclaration visant une élection ultérieure déposée auprès du Bureau international le:

2. L'élection



a été faite



n'a pas été faite

avant l'expiration d'un délai de 19 mois à compter de la date de priorité ou, lorsque la règle 32 s'applique, dans le délai visé à la règle 32.2b).

Bureau international de l'OMPI 34, chemin des Colombettes 1211 Genève 20, Suisse no de télécopieur: (41-22) 740.14.35	Fonctionnaire autorisé Diana Nissen no de téléphone: (41-22) 338.83.38
--	--

09/06/83
Translation
2/23

PATENT COOPERATION TREATY

PCT

INTERNATIONAL PRELIMINARY EXAMINATION REPORT

(PCT Article 36 and Rule 70)

Applicant's or agent's file reference 5972.WO	FOR FURTHER ACTION See Notification of Transmittal of International Preliminary Examination Report (Form PCT/IPEA/416)	
International application No. PCT/FR99/02524	International filing date (day/month/year) 15 October 1999 (15.10.99)	Priority date (day/month/year) 15 October 1998 (15.10.98)
International Patent Classification (IPC) or national classification and IPC G06T 17/20		
Applicant FRANCE TELECOM	RECEIVED <i>JUL 30 2001</i> <i>Technology Center 2100</i>	

<ol style="list-style-type: none"> This international preliminary examination report has been prepared by this International Preliminary Examining Authority and is transmitted to the applicant according to Article 36. This REPORT consists of a total of <u>4</u> sheets, including this cover sheet. <p><input checked="" type="checkbox"/> This report is also accompanied by ANNEXES, i.e., sheets of the description, claims and/or drawings which have been amended and are the basis for this report and/or sheets containing rectifications made before the Authority (see Rule 70.16 and Section 607 of the Administrative Instructions under the PCT).</p> <p>These annexes consist of a total of <u>6</u> sheets.</p>
<ol style="list-style-type: none"> This report contains indications relating to the following items: <ul style="list-style-type: none"> I <input checked="" type="checkbox"/> Basis of the report II <input type="checkbox"/> Priority III <input type="checkbox"/> Non-establishment of opinion with regard to novelty, inventive step and industrial applicability IV <input type="checkbox"/> Lack of unity of invention V <input checked="" type="checkbox"/> Reasoned statement under Article 35(2) with regard to novelty, inventive step or industrial applicability; citations and explanations supporting such statement VI <input type="checkbox"/> Certain documents cited VII <input checked="" type="checkbox"/> Certain defects in the international application VIII <input type="checkbox"/> Certain observations on the international application

Date of submission of the demand 15 May 2000 (15.05.00)	Date of completion of this report 20 November 2000 (20.11.2000)
Name and mailing address of the IPEA/EP	Authorized officer
Facsimile No.	Telephone No.

INTERNATIONAL PRELIMINARY EXAMINATION REPORT

International application No.

PCT/FR99/02524

I. Basis of the report

1. This report has been drawn on the basis of (*Replacement sheets which have been furnished to the receiving Office in response to an invitation under Article 14 are referred to in this report as "originally filed" and are not annexed to the report since they do not contain amendments.*):

 the international application as originally filed. the description, pages 1-38, as originally filed,
pages _____, filed with the demand,
pages _____, filed with the letter of _____,
pages _____, filed with the letter of _____. the claims, Nos. _____, as originally filed,
Nos. _____, as amended under Article 19,
Nos. _____, filed with the demand,
Nos. 1-23, filed with the letter of 20 October 2000 (20.10.2000),
Nos. _____, filed with the letter of _____. the drawings, sheets/fig 1/12, as originally filed,
sheets/fig _____, filed with the demand,
sheets/fig _____, filed with the letter of _____,
sheets/fig _____, filed with the letter of _____.

2. The amendments have resulted in the cancellation of:

 the description, pages _____ the claims, Nos. _____ the drawings, sheets/fig _____

3. This report has been established as if (some of) the amendments had not been made, since they have been considered to go beyond the disclosure as filed, as indicated in the Supplemental Box (Rule 70.2(c)).

4. Additional observations, if necessary:

INTERNATIONAL PRELIMINARY EXAMINATION REPORTInternational application No.
PCT/FR 99/02524**V. Reasoned statement under Article 35(2) with regard to novelty, inventive step or industrial applicability; citations and explanations supporting such statement****1. Statement**

Novelty (N)	Claims	1-23	YES
	Claims		NO
Inventive step (IS)	Claims	1-23	YES
	Claims		NO
Industrial applicability (IA)	Claims	1-23	YES
	Claims		NO

2. Citations and explanations

The available prior art does not disclose or suggest a method which takes into account the number of edges at each vertex to optimise the position of the resulting vertex, as defined in Claim 1. For this reason, Claims 1-23 meet the requirements of PCT Article 33(2) and (3).

INTERNATIONAL PRELIMINARY EXAMINATION REPORTInternational application No.
PCT/FR 99/02524**VII. Certain defects in the international application**

The following defects in the form or contents of the international application have been noted:

Contrary to the requirements of PCT Rule 5.1(a)(ii), the description does not outline the relevant prior art set forth in document D1 (US-A-5 590 248) and does not cite this document.

TRAITE DE COOPERATION EN MATIERE DE BREVETS

09 / 806 18 8

23 NOV. 2000

Expéditeur: L'ADMINISTRATION CHARGEÉE DE
L'EXAMEN PRÉLIMINAIRE INTERNATIONAL

Destinataire:

VIDON, O.
Cabinet Patrice VIDON
Immeuble Germanium
80 Avenue des Buttes de Coësmes
35700 Rennes
FRANCE

PCT

NOTIFICATION DE TRANSMISSION DU
RAPPORT D'EXAMEN PRÉLIMINAIRE
INTERNATIONAL
(règle 71.1 du PCT)

Date d'expédition
(jour/mois/année)

20. 11.00

Référence du dossier du déposant ou du mandataire
5072.WO

NOTIFICATION IMPORTANTE

Demande internationale No. PCT/FR99/02524	Date du dépôt international (jour/mois/année) 15/10/1999	Date de priorité (jour/mois/année) 15/10/1998
--	---	--

Déposant
FRANCE TELECOM et al.

- Il est notifié au déposant que l'administration chargée de l'examen préliminaire international a établi le rapport d'examen préliminaire international pour la demande internationale et le lui transmet ci-joint, accompagné, le cas échéant, de ces annexes.
- Une copie du présent rapport et, le cas échéant, de ses annexes est transmise au Bureau international pour communication à tous les offices élus.
- Si tel ou tel office élu l'exige, le Bureau international établira une traduction en langue anglaise du rapport (à l'exclusion des annexes de celui-ci) et la transmettra aux offices intéressés.

4. RAPPEL

Pour aborder la phase nationale auprès de chaque office élu, le déposant doit accomplir certains actes (dépôt de traduction et paiement des taxes nationales) dans le délai de 30 mois à compter de la date de priorité (ou plus tard pour ce qui concerne certains offices) (article 39.1) (voir aussi le rappel envoyé par le Bureau international dans le formulaire PCT/IB/301).

Lorsqu'une traduction de la demande internationale doit être remise à un office élu, elle doit comporter la traduction de toute annexe du rapport d'examen préliminaire international. Il appartient au déposant d'établir la traduction en question et de la remettre directement à chaque office élu intéressé.

Pour plus de précisions en ce qui concerne les délais applicables et les exigences des offices élus, voir le Volume II du Guide du déposant du PCT.

Nom et adresse postale de l'administration chargée de l'examen préliminaire international



Office européen des brevets
D-80298 Munich
Tél. +49 89 2399 - 0 Tx: 523656 epmu d
Fax: +49 89 2399 - 4465

Fonctionnaire autorisé

Corcos, E

Tél. +49 89 2399-7418



TRAITE DE COOPERATION EN MATIERE DE BREVETS 183

PCT

RAPPORT D'EXAMEN PRELIMINAIRE INTERNATIONAL

(article 36 et règle 70 du PCT)

Référence du dossier du déposant ou du mandataire 5072.WO	POUR SUITE A DONNER		voir la notification de transmission du rapport d'examen préliminaire international (formulaire PCT/IPEA/416)
Demande internationale n° PCT/FR99/02524	Date du dépôt international (jour/mois/année) 15/10/1999	Date de priorité (jour/mois/année) 15/10/1998	
Classification internationale des brevets (CIB) ou à la fois classification nationale et CIB G06T17/20			
Déposant FRANCE TELECOM et al.			

<p>1. Le présent rapport d'examen préliminaire international, établi par l'administration chargée de l'examen préliminaire international, est transmis au déposant conformément à l'article 36.</p> <p>2. Ce RAPPORT comprend 4 feuilles, y compris la présente feuille de couverture.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Il est accompagné d'ANNEXES, c'est-à-dire de feuilles de la description, des revendications ou des dessins qui ont été modifiées et qui servent de base au présent rapport ou de feuilles contenant des rectifications faites auprès de l'administration chargée de l'examen préliminaire international (voir la règle 70.16 et l'instruction 607 des Instructions administratives du PCT).</p> <p>Ces annexes comprennent 6 feuilles.</p>
<p>3. Le présent rapport contient des indications relatives aux points suivants:</p> <ul style="list-style-type: none"> I <input checked="" type="checkbox"/> Base du rapport II <input type="checkbox"/> Priorité III <input type="checkbox"/> Absence de formulation d'opinion quant à la nouveauté, l'activité inventive et la possibilité d'application industrielle IV <input type="checkbox"/> Absence d'unité de l'invention V <input checked="" type="checkbox"/> Déclaration motivée selon l'article 35(2) quant à la nouveauté, l'activité inventive et la possibilité d'application industrielle; citations et explications à l'appui de cette déclaration VI <input type="checkbox"/> Certains documents cités VII <input checked="" type="checkbox"/> Irrégularités dans la demande internationale VIII <input type="checkbox"/> Observations relatives à la demande internationale

Date de présentation de la demande d'examen préliminaire internationale 15/05/2000	Date d'achèvement du présent rapport 20. 11. 00
Nom et adresse postale de l'administration chargée de l'examen préliminaire international:  Office européen des brevets D-80298 Munich Tél. +49 89 2399 - 0 Tx: 523656 epmu d Fax: +49 89 2399 - 4465	Fonctionnaire autorisé Viets, A N° de téléphone +49 89 2399 2577



**RAPPORT D'EXAMEN
PRÉLIMINAIRE INTERNATIONAL**

Demande internationale n° PCT/FR99/02524

I. Base du rapport

1. Ce rapport a été rédigé sur la base des éléments ci-après (*les feuilles de remplacement qui ont été remises à l'office récepteur en réponse à une invitation faite conformément à l'article 14 sont considérées dans le présent rapport comme "initiallement déposées" et ne sont pas jointes en annexe au rapport puisqu'elles ne contiennent pas de modifications (règles 70.16 et 70.17).*) :

Description, pages:

1-38 version initiale

Revendications, N°:

1-23 reçue(s) avec télécopie du 20/10/2000

Dessins, feuilles:

1-12 version initiale

2. En ce qui concerne la **langue**, tous les éléments indiqués ci-dessus étaient à la disposition de l'administration ou lui ont été remis dans la langue dans laquelle la demande internationale a été déposée, sauf indication contraire donnée sous ce point.

Ces éléments étaient à la disposition de l'administration ou lui ont été remis dans la langue suivante: , qui est :

- la langue d'une traduction remise aux fins de la recherche internationale (selon la règle 23.1(b)).
- la langue de publication de la demande internationale (selon la règle 48.3(b)).
- la langue de la traduction remise aux fins de l'examen préliminaire internationale (selon la règle 55.2 ou 55.3).

3. En ce qui concerne les **séquences de nucléotides ou d'acide aminés** divulguées dans la demande internationale (le cas échéant), l'examen préliminaire internationale a été effectué sur la base du listage des séquences :

- contenu dans la demande internationale, sous forme écrite.
- déposé avec la demande internationale, sous forme déchiffrable par ordinateur.
- remis ultérieurement à l'administration, sous forme écrite.
- remis ultérieurement à l'administration, sous forme déchiffrable par ordinateur.
- La déclaration, selon laquelle le listage des séquences par écrit et fourni ultérieurement ne va pas au-delà de la divulgation faite dans la demande telle que déposée, a été fournie.
- La déclaration, selon laquelle les informations enregistrées sous déchiffrable par ordinateur sont identiques à celles du listages des séquences Présenté par écrit, a été fournie.

4. Les modifications ont entraîné l'annulation :

**RAPPORT D'EXAMEN
PRÉLIMINAIRE INTERNATIONAL**

Demande internationale n° PCT/FR99/02524

de la description, pages : _____

des revendications, n°s : _____

des dessins, feuilles : _____

5. Le présent rapport a été formulé abstraction faite (de certaines) des modifications, qui ont été considérées comme allant au-delà de l'exposé de l'invention tel qu'il a été déposé, comme il est indiqué ci-après (règle 70.2(c)) :

(Toute feuille de remplacement comportant des modifications de cette nature doit être indiquée au point 1 et annexée au présent rapport)

6. Observations complémentaires, le cas échéant :

V. Déclaration motivée selon l'article 35(2) quant à la nouveauté, l'activité inventive et la possibilité d'application industrielle; citations et explications à l'appui de cette déclaration

1. Déclaration

Nouveauté	Oui : Revendications 1-23
	Non : Revendications
Activité inventive	Oui : Revendications 1-23
	Non : Revendications
Possibilité d'application industrielle	Oui : Revendications 1-23
	Non : Revendications

**2. Citations et explications
voir feuille séparée**

Concernant le point V

Déclaration motivée selon l'article 35(2) quant à la nouveauté, l'activité inventive et la possibilité d'application industrielle; citations et explications à l'appui de cette déclaration

Prendre en compte le nombre d'arêtes arrivant à chaque sommet, pour optimiser la position du sommet résultant, comme défini dans la revendication 1, n'est ni connu ni suggéré par l'état de la technique antérieure disponible. Pour cette raison, les revendications 1-23 satisfont les conditions énoncées par l'Art. 33(2) et (3) PCT.

Concernant le point VII**Irrégularités dans la demande internationale**

Contrairement à ce qu'exige la règle 5.1 a) ii) PCT, la description n'indique pas l'état de la technique antérieure pertinent exposé dans le document D1:US-A-5 590 248 et ne cite pas ce document.

REVENDICATIONS

1. Procédé de simplification d'un maillage source M formé d'une pluralité de surfaces définies par des sommets, des faces et des orientations sur ces dernières, l'edit procédé mettant en œuvre une étape de décimation par fusion d'arête, consistant à associer à une arête à décliner, définie par deux sommets (11, 12), un sommet unique (13), de façon à obtenir un maillage simplifié M', caractérisé en ce qu'il comprend une étape de pseudo-optimisation après ladite étape de décimation par fusion d'une arêtes, positionnant le sommet résultant de ladite fusion en fonction d'un critère tenant compte du nombre d'arêtes vives autour de chacun des deux sommets formant l'arête à fusionner, de manière à réduire la déviation géométrique entre ledit maillage source M et ledit maillage simplifié M'.
2. Procédé de simplification d'un maillage source selon la revendication 1, caractérisé en ce que ladite étape de pseudo-optimisation comprend une étape de dénombrement des arêtes vives autour des deux sommets formant l'arête à fusionner, et une étape de positionnement dudit sommet résultant, dans laquelle on distingue les deux cas suivants :
 - si les nombres d'arêtes vives sont les mêmes autour des deux sommets, on place le sommet résultant de la fusion au milieu du segment reliant lesdits sommets (42, 44) ;
 - si les nombres d'arêtes vives sont différents, on place le sommet résultant de la fusion sur le sommet présentant le plus grand nombre d'arêtes vives (43, 45).
3. Procédé de simplification d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 et 2, caractérisé en ce qu'il comprend une étape de sélection d'une fusion d'arête à effectuer, parmi toutes les fusions d'arête possibles, tenant compte :
 - d'au moins une information représentative de la courbure définie localement autour de l'arête considérée ;

d'au moins une information représentative de la dynamique géométrique définie localement.

4. Procédé de simplification d'un maillage source selon la revendication 3, caractérisé en ce que ladite étape de sélection met en œuvre une queue de priorité des arêtes à fusionner, en fonction d'un critère prioritaire, ladite information représentative de la courbure, puis d'un critère secondaire, ladite information représentative de la dynamique géométrique.

5. Procédé de simplification d'un maillage source selon la revendication 4, caractérisé en ce que ladite étape de sélection gère un seuil de courbure, seules les 10 arêtes ayant une courbure inférieure audit seuil étant considérées pour l'application dudit critère secondaire,
ledit seuil étant augmenté lorsqu'aucune arête ne présente plus une courbure inférieure à ce dernier.

6. Procédé de simplification d'un maillage source selon l'une quelconque des 15 revendications 1 à 5, caractérisé en ce que ladite information représentative de la dynamique géométrique appartient au groupe comprenant :

- longueur de l'arête considérée ;
- une moyenne des surfaces des faces avoisinant ladite arête considérée ;
- 20 - une moyenne des longueurs des arêtes adjacentes aux sommets formant ladite arête considérée ;
- une combinaison de longueurs d'arêtes et/ou de surfaces de faces.

7. Procédé de simplification d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 à 6, caractérisé en ce que la décimation est interrompue en 25 fonction d'un des critères appartenant au groupe comprenant :

- un taux de compression atteint ;
- une complexité géométrique atteinte, exprimée par un nombre de sommets ou de faces ;
- un seuil de courbure atteint.

8. Procédé de simplification d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 à 7, caractérisé en ce qu'il constitue une étape d'initialisation d'un procédé d'optimisation géométrique d'un maillage.
9. Procédé d'optimisation géométrique d'un maillage source, caractérisé en 5 ce qu'il comprend une étape d'initialisation mettant en œuvre le procédé de simplification de l'une quelconque des revendications 1 à 7.
10. Procédé de codage d'un maillage source (M) selon la revendication 9, représentatif d'un objet en trois dimensions, délivrant un maillage simplifié (M') correspondant audit maillage source (M), lesdits maillages étant définis par un ensemble de sommets, d'arêtes et/ou de faces,
caractérisé en qu'il met en œuvre une étape de simplification selon l'une quelconque des revendications 1 à 7, puis une étape de minimisation d'un volume compris entre ledit maillage source (M) et ledit maillage simplifié (M').
11. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 10, 15 caractérisé en ce que, chacun desdits maillages étant défini par la position de chacun de ses sommets, ladite étape de minimisation assure la détermination des positions des sommets (X_1, X_2, \dots, X_n) dudit maillage simplifié (M') minimisant le volume $V(M, M')$ entre ledit maillage source et ledit maillage simplifié.
12. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des 20 revendications 10 et 11, caractérisé en ce que ladite étape de minimisation met en œuvre un processus itératif optimisant progressivement les positions des sommets dudit maillage simplifié (M').
13. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 12, caractérisé en ce que ledit processus itératif est interrompu lorsqu'au moins un des 25 critères d'arrêt suivants est atteint :
 - un nombre maximum d'itérations ;
 - une différence entre deux vecteurs déplacement successifs des positions des sommets inférieure à un seuil prédéterminé (Epsilon).

14. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 11 à 13, caractérisé en ce que ladite étape de minimisation met en œuvre une méthode de gradient adaptatif.

5 15. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 14, caractérisé en ce que ladite méthode de gradient adaptatif repose sur les opérations suivantes:

- sélection d'un vecteur X_p de \mathbb{R}^{3n} ($n \geq 1$) dudit maillage simplifié, et calcul du gradient $\nabla E(X_p)$ en X_p de la fonction à minimiser :

$$E = d(M, M'(X_1, \dots, X_n));$$

10 - détermination de la position X_p^* de X_p dudit maillage, selon la relation définie à l'itération $k+1$ par :

$$X_p^{k+1} = X_p^k - \gamma_k H \frac{\nabla E(X_p^k)}{\|\nabla E(X_p^k)\|}$$

k variant de 0 à $n-1$ et γ_k étant le pas de ladite relation.

15 16. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 à 15, caractérisé en ce que, à chaque itération, on détermine une variation élémentaire dudit volume correspondant à un champ de vecteurs $\delta M'$, et en ce que, la surface étant paramétrée par u et v , de façon qu'un vecteur $\delta M'$ s'exprime sous la forme $\delta M'(u, v)$, ladite variation élémentaire est assimilée au parallélépipède généré par l'évolution de l'élément de surface $du dv$ dans la direction $\delta M'(u, v)$.

20 17. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 à 16, caractérisé en ce que ledit maillage simplifié est paramétré à l'aide d'un modèle d'éléments finis.

25 18. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 17, caractérisé en ce que lesdits éléments finis sont obtenus à l'aide d'un interpolateur affine.

19. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 à 18, caractérisé en ce qu'il met en œuvre un codage progressif

dudit maillage simplifié, par décimation d'un sommet et optimisation locale ou par décimation d'un ensemble sommets et optimisation globale.

20. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 à 19, caractérisé en ce qu'il comprend une étape de limitation de la dégradation due à une transformation élémentaire, mettant en œuvre une queue de priorité sur les transformations élémentaires.

5 21. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 20, caractérisé en ce que ladite étape de limitation de la dégradation due à une transformation élémentaire, c'est-à-dire une fusion d'arête, définie par deux sommets, comprend les étapes de :

- calcul d'un coût pour chaque transformation élémentaire possible ;
- réalisation de la transformation élémentaire de moindre coût ;
- recalcul des coûts des transformations élémentaires modifiées par la transformation élémentaire précédente ;
- 10 - ajout des nouvelles transformations élémentaires créées et calcul des coûts correspondants.

15 22. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 21, caractérisé en ce que le coût d'une transformation élémentaire (T_i) s'exprime par :

$$C(T_i(X_i, X_j)) = \max d_2(V_M, F(X'_i))$$

20 avec : T_i transformation fusionnant deux sommets X_i et X_j dudit maillage simplifié M' ;

X'_i le sommet dudit maillage simplifié M' résultant de ladite transformation ;

$F(X'_i)$ les faces dudit maillage simplifié M' avoisinant le sommet X'_i après ladite transformation ;

V_M ensemble des sommets dudit maillage source M appartenant aux faces ayant été intersectées lors du calcul de l'orientation des surfaces pendant ladite minimisation.

25 23. Application du procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 à 22 à au moins un des domaines suivant :

- la réalité virtuelle ;
- la simulation scientifique ;
- la modélisation.

TRAITE DE COOPERATION EN MATIERE DE BREVETS

PCT

09 / 806183

RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

(article 18 et règles 43 et 44 du PCT)

Référence du dossier du déposant ou du mandataire 5072.WO	POUR SUITE A DONNER	voir la notification de transmission du rapport de recherche internationale (formulaire PCT/ISA/220) et, le cas échéant, le point 5 ci-après
Demande internationale n° PCT/FR 99/ 02524	Date du dépôt international (jour/mois/année) 15/10/1999	(Date de priorité (la plus ancienne) (jour/mois/année) 15/10/1998
Déposant FRANCE TELECOM et al.		

Le présent rapport de recherche internationale, établi par l'administration chargée de la recherche internationale, est transmis au déposant conformément à l'article 18. Une copie en est transmise au Bureau international.

Ce rapport de recherche internationale comprend 2 feuillets.

Il est aussi accompagné d'une copie de chaque document relatif à l'état de la technique qui y est cité.

1. **Base du rapport**

- a. En ce qui concerne la langue, la recherche internationale a été effectuée sur la base de la demande internationale dans la langue dans laquelle elle a été déposée, sauf indication contraire donnée sous le même point.
 - la recherche internationale a été effectuée sur la base d'une traduction de la demande internationale remise à l'administration.
- b. En ce qui concerne les séquences de nucléotides ou d'acides aminés divulguées dans la demande internationale (le cas échéant), la recherche internationale a été effectuée sur la base du listage des séquences :
 - contenu dans la demande internationale, sous forme écrite.
 - déposée avec la demande internationale, sous forme déchiffrable par ordinateur.
 - remis ultérieurement à l'administration, sous forme écrite.
 - remis ultérieurement à l'administration, sous forme déchiffrable par ordinateur.
 - La déclaration, selon laquelle le listage des séquences présenté par écrit et fourni ultérieurement ne vas pas au-delà de la divulgation faite dans la demande telle que déposée, a été fournie.
 - La déclaration, selon laquelle les informations enregistrées sous forme déchiffrable par ordinateur sont identiques à celles du listage des séquences présenté par écrit, a été fournie.

2. Il a été estimé que certaines revendications ne pouvaient pas faire l'objet d'une recherche (voir le cadre I).

3. Il y a absence d'unité de l'invention (voir le cadre II).

4. En ce qui concerne le titre,

- le texte est approuvé tel qu'il a été remis par le déposant.
- Le texte a été établi par l'administration et a la teneur suivante:

5. En ce qui concerne l'abrégé,

- le texte est approuvé tel qu'il a été remis par le déposant
- le texte (reproduit dans le cadre III) a été établi par l'administration conformément à la règle 38.2b). Le déposant peut présenter des observations à l'administration dans un délai d'un mois à compter de la date d'expédition du présent rapport de recherche internationale.

6. La figure des dessins à publier avec l'abrégé est la Figure n°

- suggérée par le déposant.
- parce que le déposant n'a pas suggéré de figure.
- parce que cette figure caractérise mieux l'invention.

4

Aucune des figures n'est à publier.

TRAITE DE COOPERATION EN MATIERE DE BREVETS

Expéditeur : L'ADMINISTRATION CHARGEÉE DE
LA RECHERCHE INTERNATIONALE

22 JAN 1999

PCT

Destinataire
Cabinet Patrice VIDON
A l'att. de VIDON, 0.
Immeuble Germanium
80 Avenue des Buttes de Coësmes
F-35700 Rennes
FRANCE

NOTIFICATION DE TRANSMISSION DU RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE OU DE LA DECLARATION

(règle 44.1 du PCT)

Date d'expédition
(jour/mois/année)

19/01/2000

Référence du dossier du déposant ou du mandataire

5072.W0

POUR SUITE A DONNER

voir les paragraphes 1 et 4 ci-après

Demande internationale n°

PCT/FR 99/ 02524

Date du dépôt international
(jour/mois/année)

15/10/1999

Déposant

FRANCE TELECOM et al.

1. Il est notifié au déposant que le rapport de recherche internationale a été établi et lui est transmis ci-joint.

Dépôt de modifications et d'une déclaration selon l'article 19 :

Le déposant peut, s'il le souhaite, modifier les revendications de la demande internationale (voir la règle 46):

Quand? Le délai dans lequel les modifications doivent être déposées est de deux mois à compter de la date de transmission du rapport de recherche internationale : pour plus de précisions, voir cependant les notes figurant sur la feuille d'accompagnement.

Où? Directement auprès du Bureau international de l'OMPI
34, chemin des Colombettes
1211 Genève 20, Suisse
n° de télécopieur: (41-22)740.14.35

Pour des instructions plus détaillées, voir les notes sur la feuille d'accompagnement.

2. Il est notifié au déposant qu'il ne sera pas établi de rapport de recherche internationale et la déclaration à cet effet, prévue à l'article 17.2.a), est transmise ci-joint.

3. **En ce qui concerne la réserve** pouvant être formulée, conformément à la règle 40.2, à l'égard du paiement d'une ou de plusieurs taxes additionnelles, il est notifié au déposant que

la réserve ainsi que la décision y relative ont été transmises au Bureau international en même temps que la requête du déposant tendant à ce que le texte de la réserve et celui de la décision en question soient notifiés aux offices désignés.

la réserve n'a encore fait l'objet d'aucune décision; dès qu'une décision aura été prise, le déposant en sera avisé.

4. **Mesure(s) consécutive(s)** : Il est rappelé au déposant ce qui suit:

Peu après l'expiration d'un délai de **18 mois** à compter de la date de priorité, la demande internationale sera publiée par le Bureau international. Si le déposant souhaite éviter ou différer la publication, il doit faire parvenir au Bureau international une déclaration de retrait de la demande internationale, ou de la revendication de priorité, conformément aux règles 90bis.1 et 90bis.3, respectivement, avant l'achèvement de la préparation technique de la publication internationale.

Dans un délai de **19 mois** à compter de la date de priorité, le déposant doit présenter la demande d'examen préliminaire international s'il souhaite que l'ouverture de la phase nationale soit reportée à 30 mois à compter de la date de priorité (ou même au-delà dans certains offices).

Dans un délai de **20 mois** à compter de la date de priorité, le déposant doit accomplir les démarches prescrites pour l'ouverture de la phase nationale auprès de tous les offices désignés qui n'ont pas été élus dans la demande d'examen préliminaire international ou dans une élection ultérieure avant l'expiration d'un délai de 19 mois à compter de la date de priorité ou qui ne pouvaient pas être élus parce qu'ils ne sont pas liés par le chapitre II.

Nom et adresse postale de l'administration chargée de la recherche internationale



Office Européen des Brevets. P.B. 5818 Patentlaan 2
NL-2280 HV Rijswijk
Tel. (+31-70) 340-2040. Tx. 31 651 epo nl
Fax: (+31-70) 340-3016

Fonctionnaire autorisé

Cornelia Schulze

NOTES RELATIVES AU FORMULAIRE PCT/ISA/220

Les présentes notes sont destinées à donner les instructions essentielles concernant le dépôt de modifications selon l'article 19. Les notes sont fondées sur les exigences du Traité de coopération en matière de brevets (PCT), du règlement d'exécution et des instructions administratives du PCT. En cas de divergence entre les présentes notes et ces exigences, ce sont ces dernières qui priment. Pour de plus amples renseignements, on peut aussi consulter le Guide du déposant du PCT, qui est une publication de l'OMPI.

Dans les présentes notes, les termes "article", "règle" et "instruction" renvoient aux dispositions du traité, de son règlement d'exécution et des instructions administratives du PCT, respectivement.

INSTRUCTIONS CONCERNANT LES MODIFICATIONS SELON L'ARTICLE 19

Après réception du rapport de recherche internationale, le déposant a la possibilité de modifier une fois les revendications de la demande internationale. On notera cependant que, comme toutes les parties de la demande internationale (revendications, description et dessins) peuvent être modifiées au cours de la procédure d'examen préliminaire international, il n'est généralement pas nécessaire de déposer de modifications des revendications selon l'article 19 sauf, par exemple, au cas où le déposant souhaite que ces dernières soient publiées aux fins d'une protection provisoire ou a une autre raison de modifier les revendications avant la publication internationale. En outre, il convient de rappeler que l'obtention d'une protection provisoire n'est possible que dans certains Etats.

Quelles parties de la demande Internationale peuvent être modifiées?

Selon l'article 19, les revendications exclusivement.

Durant la phase internationale, les revendications peuvent aussi être modifiées (ou modifiées à nouveau) selon l'article 34 auprès de l'administration chargée de l'examen préliminaire international. La description et les dessins ne peuvent être modifiées que selon l'article 34 auprès de l'administration chargée de l'examen préliminaire international.

Lors de l'ouverture de la phase nationale, toutes les parties de la demande internationale peuvent être modifiées selon l'article 28 ou, le cas échéant, selon l'article 41.

Quand?

Dans un délai de deux mois à compter de la date de transmission du rapport de recherche internationale ou de 16 mois à compter de la date de priorité, selon l'échéance la plus tardive. Il convient cependant de noter que les modifications seront réputées avoir été reçues en temps voulu si elles parviennent au Bureau international après l'expiration du délai applicable mais avant l'achèvement de la préparation technique de la publication internationale (règle 46.1).

Où ne pas déposer les modifications?

Les modifications ne peuvent être déposées qu'auprès du Bureau international; elles ne peuvent être déposées ni auprès de l'office récepteur ni auprès de l'administration chargée de la recherche internationale (règle 46.2).

Lorsqu'une demande d'examen préliminaire international a été/est déposée, voir plus loin.

Comment?

Soit en supprimant entièrement une ou plusieurs revendications, soit en ajoutant une ou plusieurs revendications nouvelles ou encore en modifiant le texte d'une ou de plusieurs des revendications telles que déposées.

Une feuille de remplacement doit être remise pour chaque feuille des revendications qui, en raison d'une ou de plusieurs modifications, diffère de la feuille initialement déposée.

Toutes les revendications figurant sur une feuille de remplacement doivent être numérotées en chiffres arabes. Si une revendication est supprimée, il n'est pas obligatoire de renumeroter les autres revendications. Chaque fois que des revendications sont renumerotées, elles doivent l'être de façon continue (instruction 205.b)).

Les modifications doivent être effectuées dans la langue dans laquelle la demande internationale est publiée.

Quels documents doivent/peuvent accompagner les modifications?

Lettre (instruction 205.b)):

Les modifications doivent être accompagnées d'une lettre.

La lettre ne sera pas publiée avec la demande internationale et les revendications modifiées. Elle ne doit pas être confondue avec la "déclaration selon l'article 19.1)" (voir plus loin sous "Déclaration selon l'article 19.1").

La lettre doit être rédigée en anglais ou en français, au choix du déposant. Cependant, si la langue de la demande internationale est l'anglais, la lettre doit être rédigée en anglais; si la langue de la demande internationale est le français, la lettre doit être rédigée en français.

NOTES RELATIVES AU FORMULAIRE PCT/ISA/220 (suite)

La lettre doit indiquer les différences existant entre les revendications telles que déposées et les revendications telles que modifiées. Elle doit indiquer en particulier, pour chaque revendication figurant dans la demande internationale (étant entendu que des indications identiques concernant plusieurs revendications peuvent être groupées), si

- i) la revendication n'est pas modifiée;
- ii) la revendication est supprimée;
- iii) la revendication est nouvelle;
- iv) la revendication remplace une ou plusieurs revendications telles que déposées;
- v) la revendication est le résultat de la division d'une revendication telle que déposée.

Les exemples suivants illustrent la manière dont les modifications doivent être expliquées dans la lettre d'accompagnement:

1. [Lorsque le nombre des revendications déposées initialement s'élevait à 48 et qu'à la suite d'une modification de certaines revendications il s'élève à 51]:
"Revendications 1 à 15 remplacées par les revendications modifiées portant les mêmes numéros; revendications 30, 33 et 36 pas modifiées; nouvelles revendications 49 à 51 ajoutées."
2. [Lorsque le nombre des revendications déposées initialement s'élevait à 15 et qu'à la suite d'une modification de toutes les revendications il s'élève à 11]:
Revendications 1 à 15 remplacées par les revendications modifiées 1 à 11."
3. [Lorsque le nombre des revendications déposées initialement s'élevait à 14 et que les modifications consistent à supprimer certaines revendications et à en ajouter de nouvelles]:
"Revendications 1 à 6 et 14 pas modifiées; revendications 7 à 13 supprimées; nouvelles revendications 15, 16 et 17 ajoutées." ou
"Revendications 7 à 13 supprimées; nouvelles revendications 15, 16 et 17 ajoutées; toutes les autres revendications pas modifiées."
4. [Lorsque plusieurs sortes de modifications sont faites]:
"Revendications 1-10 pas modifiées; revendications 11 à 13, 18 et 19 supprimées; revendications 14, 15 et 16 remplacées par la revendication modifiée 14; revendication 17 divisée en revendications modifiées 15, 16 et 17; nouvelles revendications 20 et 21 ajoutées."

"Déclaration selon l'article 19.1)" (Règle 46.4)

Les modifications peuvent être accompagnées d'une déclaration expliquant les modifications et précisant l'incidence que ces dernières peuvent avoir sur la description et sur les dessins (qui ne peuvent pas être modifiés selon l'article 19.1)).

La déclaration sera publiée avec la demande internationale et les revendications modifiées.

Elle doit être rédigée dans la langue dans laquelle la demande internationale est publiée.

Elle doit être succincte (ne pas dépasser 500 mots si elle est établie ou traduite en anglais).

Elle ne doit pas être confondue avec la lettre expliquant les différences existant entre les revendications telles que déposées et les revendications telles que modifiées, et ne la remplace pas. Elle doit figurer sur une feuille distincte et doit être munie d'un titre permettant de l'identifier comme telle, constitué de préférence des mots "Déclaration selon l'article 19.1)"

Elle ne doit contenir aucun commentaire dénigrant relatif au rapport de recherche internationale ou à la pertinence des citations que ce dernier contient. Elle ne peut se référer à des citations se rapportant à une revendication donnée et contenues dans le rapport de recherche internationale qu'en relation avec une modification de cette revendication.

Conséquence du fait qu'une demande d'examen préliminaire international ait déjà été présentée

Si, au moment du dépôt de modifications effectuées en vertu de l'article 19, une demande d'examen préliminaire international a déjà été présentée, le déposant doit de préférence, lors du dépôt des modifications auprès du Bureau international, déposer également une copie de ces modifications auprès de l'administration chargée de l'examen préliminaire international (voir la règle 62.2a, première phrase).

Conséquence au regard de la traduction de la demande internationale lors de l'ouverture de la phase nationale

L'attention du déposant est appelée sur le fait qu'il peut avoir à remettre aux offices désignés ou élus, lors de l'ouverture de la phase nationale, une traduction des revendications telles que modifiées en vertu de l'article 19 au lieu de la traduction des revendications telles que déposées ou en plus de celle-ci.

Pour plus de précisions sur les exigences de chaque office désigné ou élu, voir le volume II du Guide du déposant du PCT.

5

CLAIMS :

1. Method for the simplification of a source mesh (M) representing a plurality of surfaces defined by vertices, faces and orientations of these faces, said method implementing a step of decimation by edge merger, consisting of the association of an edge to be decimated, defined by two vertices, with a single vertex so as to obtain a simplified mesh M',

characterized in that the method comprises a pseudo-optimizing step after said step of decimation by merger of a edge, positioning the vertex resulting from said merger so as to reduce the geometrical deviation between said source mesh M and said simplified mesh M'.

2. Method for the simplification of a source mesh according to claim 1, characterized in that said step of pseudo-optimization consists in enumerating the sharp edges around two vertices forming the edge to be merged and distinguishing the following two cases :

- if the numbers of sharp edges are the same around two vertices, the vertex resulting from the merger is placed in the middle of the segment linking said vertices ;
- if the numbers of sharp edges are different, the vertex resulting from the merger is placed on the vertex with the greatest number of sharp edges.

3. Method for the simplification of a source mesh according to any of the claims 1 and 2, characterized in that it comprises a step for the selection of an edge merger to be made among all the edge mergers possible, taking account of :

- at least one piece of information representing the curvature defined locally around the edge considered ;
- at least one piece of information representing the geometrical dynamics defined locally.

4. Method for the simplification of a source mesh according to claim 3, characterized in that said step of selection implements a queue of priorities of

edges to be merged as a function of a priority criterion, said information representing the curvature and then a secondary criterion, said information representing the geometrical dynamics.

5 5. Method for the simplification of a source mesh according to claim 4, characterized in that said selection step manages a threshold of curvature, only the edges with a curvature below said threshold being considered for the application of said secondary criterion, said threshold being raised when there is no longer any edge having a curvature below this threshold.

10 6. Method for the simplification of a source mesh according to any of the claims 1 to 5, characterized in that said information representing the geometrical dynamics belongs to the group comprising :

- the length of the edge considered ;
- a mean of the surfaces of the faces neighboring said edge considered ;
- a mean of the lengths of the edges adjacent to the vertices forming said edge considered ;
- a combination of the lengths of edges and/or surfaces of faces ;

15 7. Method for the simplification of a source mesh according to any of the claims 1 to 6, characterized in that the decimation is interrupted as a function of one of the criteria belonging to the group comprising :

- a compression rate achieved ;
- a geometrical complexity achieved, expressed by a number of vertices or faces ;
- a threshold of curvature achieved.

20 8. Method for the simplification of a source mesh according to any of the claims 1 to 7, characterized in that it constitutes a step of initialization of a method of geometrical optimization of a mesh.

25 9. Method for the geometrical optimization of a source mesh comprising a step of initialization implementing the method of simplification according to any of the claims 1 to 7.

30 10. Method for the encoding of a source mesh (M) according to claim 9, representing a 3D object, delivering a simplified mesh (M') corresponding to said source mesh (M), said meshes being defined by a set of vertices, edges and/or faces,

characterized in that it implements a step of simplification according to any of the claims 1 to 7, and then a step of minimization of a volume contained between said source mesh (M) and said simplified mesh (M').

11. Method for the encoding of a source mesh according to claim 10
 5 characterized in that, each of said meshes being defined by the position of each of its vertices, said minimizing step provides for the determining of the position of the vertices (X_1, X_2, \dots, X_n) of said simplified mesh (M') minimizing the volume $V(M, M')$ between said source mesh and said simplified mesh.

10 12. Method for the encoding of a source mesh according to any of the claims 10 and 11, characterized in that said minimizing step implements an iterative process progressively optimizing the positions of the vertices of said simplified mesh (M').

15 13. Method for the encoding of a source mesh according to claim 12, characterized in that said iterative process is interrupted when at least one of the following stopping criteria is achieved :

- a maximum number of iterations ;
- a difference between two successive shift vectors of the positions of the vertices that is below a predetermined threshold (ϵ).

20 14. Method for the encoding of a source mesh according to any of the claims 11 to 13, characterized in that said step of minimization implements an adaptive gradient method.

25 15. Method for the encoding of a source mesh according to claim 14, characterized in that said adaptive gradient method relies on the following operations:

- the selection of a vector X_p of \mathbb{R}^{3n} ($n > 1$) of said simplified mesh and the computation of the gradient $\nabla E(X_p)$ in X_p of the function to be minimized $E = d(M, M' (X_1, \dots, X_n))$;
- the determining of the position of X_p^* of X_p of said mesh according to the relationship defined in the iteration $k+1$ by :

$$X_p^{k+1} = X_p^k - \gamma_k \times \frac{\nabla E(X_p^k)}{\|\nabla E(X_p^k)\|}$$

35 k varying from 0 to $n-1$ (with $n < N$) and γ_k being the step of said relationship.

16. Method for the encoding of a source mesh according to any of the claims 10 to 15 characterized in that, at each iteration, an elementary variation of said volume corresponding to a vector field $\delta\vec{M}$ is determined and in that, since the surface is parametrized by u and v so that a vector $\delta\vec{M}$ is expressed in the form $\delta\vec{M}(u, v)$, said elementary variation is likened to the parallelepiped generated by the evolution of the surface area element $dudv$ in the direction $\delta\vec{M}(u, v)$.

5 17. Method for the encoding of a source mesh according to any of the claims 10 to 16, characterized in that said simplified mesh is parametrized by means of a model of finite elements.

10 18. Method for the encoding of a source mesh according to claim 17, characterized in that said finite elements are advantageously obtained by means of a refined interpolator.

15 19. Method for the encoding of a source mesh according to any of the claims 10 to 18, characterized in that said method implements a progressive encoding of said simplified mesh by decimation and local optimization.

20 20. Method for the encoding of a source mesh according to any of the claims 10 to 19, characterized in that it comprises a step of limitation of the deterioration due to an elementary conversion implementing a priority queue on the elementary conversions.

25 21. Method for the encoding of a source mesh according to claim 20, characterized in that said step of limitation of the deterioration due to an elementary conversion, namely an edge merger, defied by two vertices, comprises the steps of :

- computing a cost for each possible elementary conversion ;
- carrying out the lowest cost elementary conversion ;
- recomputing the costs of the elementary conversions modified by the previous elementary conversion ;
- adding the new elementary conversions created and computing the corresponding costs.

30 22. Method for the encoding of a source mesh according to claim 21, wherein the cost of an elementary conversion (T_i) is expressed by :

$$C(T_i(X_i, X_j)) = \max d_2(V_M, F(X_i^f)).$$

With :

T_j conversion merging two vertices X_i and X_j of said simplified mesh M' ;

X_i^f the vertex of said simplified mesh M' resulting from said conversion ;

F(X_i^f) the faces of said simplified mesh M' neighboring the vertex X_i^f after said conversion ;

V_M set of the vertices of said source mesh M belonging to the faces having been intersected during the computation of the orientation of the surfaces during said minimization.

23. Application of the method for the encoding of a source mesh according to any of the claims 1 to 22 to at least to the following fields :

- virtual reality ;
- scientific simulation ;
- modelling.



DEMANDE INTERNATIONALE PUBLIEE EN VERTU DU TRAITE DE COOPERATION EN MATIERE DE BREVETS (PCT)

(51) Classification internationale des brevets ⁷ : G06T 17/20		A1	(11) Numéro de publication internationale: WO 00/22577 (43) Date de publication internationale: 20 avril 2000 (20.04.00)
<p>(21) Numéro de la demande internationale: PCT/FR99/02524</p> <p>(22) Date de dépôt international: 15 octobre 1999 (15.10.99)</p> <p>(30) Données relatives à la priorité: 98/13090 15 octobre 1998 (15.10.98) FR 99/00304 11 janvier 1999 (11.01.99) FR </p> <p>(71) Déposants (<i>pour tous les Etats désignés sauf US</i>): FRANCE TELECOM [FR/FR]; 6, place d'Alleray, F-75015 Paris (FR). TELEDIFFUSION DE FRANCE [FR/FR]; 10, rue d'Oradour-sur-Glane, F-75732 Paris Cedex 15 (FR).</p> <p>(72) Inventeurs; et (75) Inventeurs/Déposants (<i>US seulement</i>): LAURENT-CHATENET, Nathalie [FR/FR]; 24, square Georges Travers, F-35000 Rennes (FR). SANSON, Henri [FR/FR]; 12, allée des Roseaux, F-35690 Acigné (FR). ALLIEZ, Pierre [FR/FR]; 42, Cours de la Vilaine, F-35510 Cesson Sévigné (FR).</p> <p>(74) Mandataire: VIDON, Patrice; Cabinet Patrice Vidon, Immeuble Germanium, 80, avenue des Buttes de Coësmes, F-35700 Rennes (FR).</p>		<p>(81) Etats désignés: JP, US, brevet européen (AT, BE, CH, CY, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, LU, MC, NL, PT, SE).</p> <p>Publiée <i>Avec rapport de recherche internationale.</i></p>	
<p>(54) Title: SOURCE MESH CODING METHOD OPTIMISING VERTEX POSITION RESULTING FROM EDGE FUSION, AND CORRESPONDING APPLICATIONS</p> <p>(54) Titre: PROCEDE DE CODAGE D'UN MAILLAGE SOURCE, AVEC OPTIMISATION DE LA POSITION D'UN SOMMET RESULTANT D'UNE FUSION D'ARETE, ET APPLICATIONS CORRESPONDANTES</p> <p>(57) Abstract</p> <p>The invention concerns a method for simplifying a mesh source M using a decimation step by edge fusion, and comprising a pseudo-optimisation step following said decimation step by ridge fusion, positioning the vertex resulting from said fusion so as to reduce the geometric deviation between said source mesh M and said simplified mesh M'. Advantageously, said step consists in counting the sharp edges around two vertices forming the edge to be merged, and in distinguishing between the two following situations: if the number of sharp edges are the same around two vertices, the vertex resulting from the fusion is set in the middle of the segment joining said vertices (42, 44); if the number of edges are different, the vertex resulting from the fusion is set on the vertex presenting the highest number of sharp edges (43, 45).</p> <p>(57) Abrégé</p> <p>L'invention concerne un procédé de simplification d'un maillage source M, mettant en oeuvre une étape de déclimatation par fusion d'arête, et comprenant une étape de pseudo-optimisation après ladite étape de déclimatation par fusion d'une arête, positionnant le sommet résultant de ladite fusion de manière à réduire la déviation géométrique entre ledit maillage source M et ledit maillage simplifié M' avantageusement, cette étape consiste à dénombrer les arêtes vives autour des deux sommets formant l'arête à fusionner, et à distinguer les deux cas suivants: si les nombres d'arêtes vives sont les mêmes autour des deux sommets, on place le sommet résultant de la fusion au milieu du segment reliant lesdits sommets (42, 44); si les nombres d'arêtes vives sont différents, on place le sommet résultant de la fusion sur le sommet présentant le plus grand nombre d'arêtes vives (43, 45).</p>			

UNIQUEMENT A TITRE D'INFORMATION

Codes utilisés pour identifier les Etats parties au PCT, sur les pages de couverture des brochures publant des demandes internationales en vertu du PCT.

AL	Albanie	ES	Espagne	LS	Lesotho	SI	Slovénie
AM	Arménie	FI	Finlande	LT	Lituanie	SK	Slovaquie
AT	Autriche	FR	France	LU	Luxembourg	SN	Sénégal
AU	Australie	GA	Gabon	LV	Lettonie	SZ	Swaziland
AZ	Azerbaïdjan	GB	Royaume-Uni	MC	Monaco	TD	Tchad
BA	Bosnie-Herzégovine	GE	Géorgie	MD	République de Moldova	TG	Togo
BB	Barbade	GH	Ghana	MG	Madagascar	TJ	Tadjikistan
BE	Belgique	GN	Guinée	MK	Ex-République yougoslave de Macédoine	TM	Turkménistan
BF	Burkina Faso	GR	Grèce	ML	Mali	TR	Turquie
BG	Bulgarie	HU	Hongrie	MN	Mongolie	TT	Trinité-et-Tobago
BJ	Bénin	IE	Irlande	MR	Mauritanie	UA	Ukraine
BR	Brésil	IL	Israël	MW	Malawi	UG	Ouganda
BY	Bélarus	IS	Islande	MX	Mexique	US	Etats-Unis d'Amérique
CA	Canada	IT	Italie	NE	Niger	UZ	Ouzbékistan
CF	République centrafricaine	JP	Japon	NL	Pays-Bas	VN	Viet Nam
CG	Congo	KE	Kenya	NO	Norvège	YU	Yougoslavie
CH	Suisse	KG	Kirghizistan	NZ	Nouvelle-Zélande	ZW	Zimbabwe
CI	Côte d'Ivoire	KP	République populaire démocratique de Corée	PL	Pologne		
CM	Cameroun	KR	République de Corée	PT	Portugal		
CN	Chine	KZ	Kazakstan	RO	Roumanie		
CU	Cuba	LC	Sainte-Lucie	RU	Fédération de Russie		
CZ	République tchèque	LJ	Liechtenstein	SD	Soudan		
DE	Allemagne	LK	Sri Lanka	SE	Suède		
DK	Danemark	LR	Libéria	SG	Singapour		
EE	Estonie						

Procédé de codage d'un maillage source, avec optimisation de la position d'un sommet résultant d'une fusion d'arête, et applications correspondantes.

I . Domaine de l'invention et applications

5 I.1 Domaine de l'invention

Le domaine de l'invention est celui du codage de structures de données géométriques, ou maillages, notamment de grande taille. Plus précisément, l'invention concerne la représentation et le codage d'objets ou de scènes en trois dimensions. Plus précisément encore, l'invention concerne une technique 10 d'approximation d'un maillage source en trois dimensions pouvant être utilisée seul, ou en combinaison avec d'autres techniques connues. Dans ce dernier cas, le procédé de l'invention peut constituer une étape avantageuse d'initialisation.

15 Un maillage est classiquement défini par un ensemble de sommets et de faces orientées définissant une topologie. De tels maillages sont par exemple utilisés en graphisme sur ordinateur, pour modéliser des objets en trois dimensions avec une complexité géométrique limitée.

20 L'approximation d'un maillage M consiste à trouver un maillage M' dont la complexité géométrique est moindre que celle du maillage M, et qui approche au mieux la géométrie de M.

I.2 Exemples d'applications

25 L'invention trouve des applications dans tous les domaines où il est souhaitable de réduire le nombre d'informations nécessaires pour représenter et/ou manipuler efficacement un objet en trois dimensions ou un ensemble d'objets, par exemple pour l'analyser, le stocker et/ou le transmettre et/ou en assurer le rendu.

A titre indicatif, l'invention peut notamment s'appliquer au domaine de :

- la réalité virtuelle (visites ou boutiques virtuelles, loisirs, télémanipulation, etc...). Dans ce type d'application, l'approximation de maillages permet de réduire le coût de rendu de scènes complexes, en particulier en définissant la notion d'échelonnabilité sur les maillages

(fonction du point de vue, des capacités graphiques, du taux de rafraîchissement souhaité, ...). Dans le cas de la réalité virtuelle distribuée ou partagée, cela permet également d'adapter la complexité d'une scène aux capacités de rendu et de stockage des différents terminaux, ainsi qu'aux débits des réseaux ;

- la simulation scientifique (éléments finis, CAO, etc...). La réduction de la complexité géométrique des modèles permet une accélération des temps de calcul, une prise de décisions plus rapide, notamment lors de la conception en CAO, et l'élimination des informations redondantes dans une base de données 3D ;

- la modélisation (scanner 3D (reconstruction de surfaces à partir de points non organisés), scanners volumiques, reconstruction de surfaces à partir de photos stéréoscopiques ou de séquences vidéo, de modèles numériques de terrains (imagerie satellite ou radar), etc...). Un modèle numérique de terrain permet ainsi l'obtention d'un maillage représentant la topologie d'une région. Un tel maillage est obtenu par l'échantillonnage régulier d'une image stockant l'information d'altitude en chaque point. Il en résulte une quantité de données importante, comprenant des informations inutiles pour la simulation scientifique, ou trop coûteuse pour le rendu (dans le cas de simulateurs). L'approximation de maillages réduit la quantité de données, tout en garantissant une bonne fidélité géométrique aux données initiales et la conservation de la topologie.

2. Art antérieur

2.1 Les familles d'algorithmes

Plusieurs techniques d'approximation de maillages sont déjà connues. Les plus répandues peuvent être classées en trois grandes familles d'algorithmes selon qu'elles fonctionnent par :

- décimation ;
- ré-échantillonnage sous-critique ;

subdivision adaptative.

2.1.1 décimation

La décimation consiste à retirer de manière itérative des sommets et/ou des faces d'un maillage. Cette opération est appelée opération élémentaire de simplification. Les méthodes mettant en œuvre ce principe de décimation peuvent également optimiser les positions des sommets après ou pendant la simplification, cette dernière étant choisie de manière à préserver au mieux la topologie du maillage.

2.1.2 ré-échantillonnage sous-critique

Le ré-échantillonnage consiste à échantillonner un modèle original, soit en prenant des points aléatoirement sur sa surface et en retriangulant ensuite soit en définissant une grille tridimensionnelle et en agglomérant les sommets dans chaque boîte élémentaire de la grille. Le modèle ainsi généré est simplifié, et doit approximer au mieux les données initiales. Cette technique est rapide, mais ne conserve pas la topologie ni les caractéristiques visuellement importantes des maillages.

2.1.3 subdivision adaptative

La subdivision adaptative commence avec un modèle comportant une géométrie très simple, que l'on subdivise récursivement ensuite, en ajoutant à chaque itération un détail dans les régions où l'erreur d'approximation est maximale.

2.1.4 combinaisons d'algorithme

De façon à permettre une approximation d'un maillage avec une qualité de reconstruction satisfaisante, il est nécessaire de combiner une décimation et une optimisation des positions des sommets conservés. En d'autres termes, l'objectif de base d'un procédé de codage d'un maillage source étant de maximiser la qualité de l'approximation pour une complexité géométrique donnée, celui-ci doit notamment présenter les propriétés suivantes :

- décimation ;
- préservation de la topologie ;

optimisation des positions, suivant un critère d'erreur prédefini.

On connaît ainsi une première méthode appelée « remaillage », répondant à ces critères. Elle est notamment présentée dans le document « re-tiling polygonal surfaces » par Greg TURK (SIGGRAPH 92 Conference proceedings, p. 55-64, 92). Elle fonctionne par échantillonnage, décimation et optimisation des positions. Elle permet de paramétrer le nombre de niveaux de résolution souhaités et le nombre final de sommets pour chacun d'eux.

L'algorithme débute par une distribution aléatoire du nombre de sommets paramétrés sur la surface du modèle, puis optimise leur position en les liant par des forces de répulsion (fonctions de la courbure locale). Il triangule ensuite les polygones ainsi formés, en incluant les sommets du maillage original. Enfin, on décime le modèle un sommet après l'autre (si cette opération conserve la topologie locale) puis on retriangule le trou résultant.

On obtient ainsi un modèle raffiné dans les régions de forte courbure et décimé sur les régions planes.

Un inconvénient de cette méthode est qu'elle présente une partie aléatoire. En conséquence, deux décimations successives ne donnent pas le même résultat. Par ailleurs, cette technique a tendance à lisser les discontinuités dans la plupart des situations.

De plus, la fidélité aux données initiales n'est pas exprimée directement au cours de l'optimisation des positions.

Une autre technique, appelée "codage progressif de maillages", a été développée par Hugues HOPPE, dans le document "Progressive meshes" (SIGGRAPH 96 Conference Proceedings, pages 99-108, 1996). Elle repose sur la décimation et l'optimisation des points. Cette technique est décrite plus en détail en annexe 1, en relation avec les figures 24 à 27, de façon à ne pas surcharger la présente discussion. Il est clair cependant que cette annexe 1, ainsi que l'annexe 2, font partie intégrante de la description.

Cette technique de codage progressif de maillages présente différents inconvenients. Notamment, elle ne conserve pas naturellement les discontinuités ou singularités géométriques, ce qui suppose une gestion de cas particuliers, tels que les coins, les arêtes vives finissantes et les arêtes vives régulières, pour éviter des ruptures de topologie. Cela entraîne des calculs complexes, difficiles à mettre en œuvre, et suppose des paramétrages peu aisés (qu'est-ce qu'une arête vive ? Comment pondérer le terme de ressort pour éviter de lisser les surfaces ? ...).

Par ailleurs, elle n'est pas efficace pour caractériser les différences perceptuelles entre deux maillages.

10 3. Objectifs de l'invention

L'invention concerne en particulier la technique de décimation mise en œuvre, par exemple, par ces différentes techniques de codage de maillage, ou par d'autres.

15 L'invention a notamment pour objectif de pallier les différents inconvenients des techniques connues.

Ainsi, un objectif de l'invention est de fournir un procédé de simplification de maillage par décimation (fusion d'arêtes), qui soit plus efficace, en termes de qualité perceptuelle, que les techniques connues.

20 En d'autres termes, un objectif de l'invention est de fournir un tel procédé présentant, jusqu'à un niveau élevé de décimation, une conservation des singularités des maillages, et une préservation de la topologie.

L'invention a également pour objectif de fournir un tel procédé, qui soit simple à mettre en œuvre, en termes de calculs à effectuer, et qui présente une bonne vitesse d'exécution.

25 Selon un premier aspect de l'invention, un autre objectif est de fournir un tel procédé, qui puisse être utilisé seul, afin de fournir une méthode rapide de simplification de maillages.

30 Selon un deuxième aspect de l'invention, un objectif est de fournir un tel procédé de décimation, qui puisse être utilisé, de façon à l'améliorer, dans un procédé d'optimisation géométrique de maillage.

Selon encore un autre aspect de l'invention, un objectif de l'invention est de fournir un procédé de codage d'un maillage source en trois dimensions, présentant un meilleur rapport qualité de l'approximation/complexité géométrique que les techniques connues.

5 Notamment, l'invention a pour objectif de fournir un tel procédé, respectant plus fidèlement les caractéristiques importantes à conserver (singularités ou discontinuités).

10 Un autre objectif de l'invention est de fournir un tel procédé, ne nécessitant pas une recherche et une gestion des cas particuliers (tels que les arêtes et les coins), ni la mise en œuvre de paramètres spécifiques (par exemple critères de reconnaissance d'une arête, seuils, ...) qu'il est nécessaire de définir pour chaque maillage.

15 L'invention a encore pour objectif de fournir un tel procédé, qui permet une reconstruction successive du maillage, celui-ci étant reconnaissable, sous une représentation grossière, très rapidement.

L'invention a également pour objectif de fournir un tel procédé permettant de répondre aux fonctionnalités fixées dans le projet de standardisation ISO-MPEG4, à savoir :

20 - la compression de maillages, qui doit réduire fortement la quantité de données décrivant la géométrie, avec des pertes visuelles minimales ;
25 - la représentation progressive d'un maillage, permettant de définir un maillage sous la forme d'un maillage de base à faible résolution, et d'une séquence de raffinements ;
- l'adaptation à une gamme de débits importante, la qualité étant acceptable, mais pour de très faibles débits.

4. caractéristiques principales de l'invention

4.1 étude d'optimisation de la position des sommets

Ces objectifs, ainsi que d'autres qui apparaîtront plus clairement par la suite, sont atteints selon l'invention à l'aide d'un procédé de simplification d'un maillage source (M) représentatif d'un objet en trois dimensions, délivrant un

maillage simplifié (M') correspondant audit maillage source (M), lesdits maillages étant définis par un ensemble de sommets, d'arêtes et/ou de faces, ledit procédé mettant en œuvre une étape de décimation par fusion d'arête, consistant à associer à une arête à décimer, définie par deux sommets, un sommet unique, de façon à obtenir un maillage simplifié M' .

5 Ce procédé comprend une étape d'optimisation, ou de pseudo-optimisation, après ladite étape de décimation par fusion d'une arête, assurant le positionnement du sommet résultant de ladite fusion de manière à réduire la déviation géométrique entre ledit maillage source M et ledit maillage simplifié M' .

10 On respecte ainsi les particularités, notamment les arêtes vives du maillage.

Ladite étape de pseudo-optimisation peut avantageusement consister à dénombrer les arêtes vives autour des deux sommets formant l'arête à fusionner, et à distinguer les deux cas suivants :

15 - si les nombres d'arêtes vives sont les mêmes autour des deux sommets, on place le sommet résultant de la fusion au milieu du segment reliant lesdits sommets ;

- si les nombres d'arêtes vives sont différents, on place le sommet résultant de la fusion sur le sommet présentant le plus grand nombre d'arêtes vives.

20 **4.2 caractéristiques avantageuses de l'invention**

L'invention peut notamment être mise en œuvre à l'aide d'un algorithme organisé en deux parties : l'optimisation de positions et la décimation.

25 La décimation permet d'obtenir un maillage géométriquement simplifié, à partir du maillage original, tout en conservant la topologie et une bonne ressemblance avec ce maillage original.

L'optimisation des positions des sommets permet l'obtention de la meilleure approximation au sens de la métrique basée volume de l'invention.

30 En combinant décimation et optimisation, on peut générer soit un maillage sous forme progressive (en utilisant alternativement la décimation d'un sommet et

une optimisation locale), soit des niveaux de résolution distincts (en utilisant successivement la décimation d'un ensemble de sommets et une optimisation globale).

5 De façon avantageuse, le procédé de l'invention comprend une étape de sélection d'une fusion d'arête à effectuer, parmi toutes les fusions d'arête possibles, tenant compte :

10

- d'au moins une information représentative de la courbure définie localement autour de l'arête considérée ;
- d'au moins une information représentative de la dynamique géométrique définie localement.

La prise en compte de ces deux critères permet, comme on le verra par la suite, d'optimiser le choix des fusions à effectuer, en supprimant en priorité les éléments les moins significatifs perceptuellement.

15

De façon préférentielle, ladite étape de sélection met en œuvre une queue de priorité des arêtes à fusionner, en fonction d'un critère prioritaire, ladite information représentative de la courbure, puis d'un critère secondaire, ladite information représentative de la dynamique géométrique.

Cette hiérarchie de critères permet d'atteindre une bonne efficacité.

20

Avantageusement, ladite étape de sélection gère un seuil de courbure, seules les arêtes ayant une courbure inférieure audit seuil étant considérées pour l'application dudit critère secondaire, ledit seuil étant augmenté lorsqu'aucune arête ne présente plus une courbure inférieure à ce dernier.

25

Selon différents modes de réalisation particuliers, ladite information représentative de la dynamique géométrique peut appartenir au groupe comprenant :

30

- longueur de l'arête considérée ;
- une moyenne des surfaces des faces avoisinant ladite arête considérée ;
- une moyenne des longueurs des arêtes adjacentes aux sommets formant ladite arête considérée ;

- une combinaison de longueurs d'arêtes et/ou de surfaces de faces ;
- toute autre grandeur caractéristique reliée à la densité locale.

Comme on le verra par la suite, la prise en compte de la longueur de l'arête est une technique simple, et fournissant de très bons résultats.

5 La décimation peut notamment être interrompue en fonction d'un des critères appartenant au groupe comprenant :

- un taux de compression atteint ;
- une complexité géométrique atteinte, exprimée par un nombre de sommets ou de faces ;
- un seuil de courbure atteint.

10

Selon un premier mode de mise en œuvre de l'invention, le procédé de simplification d'un maillage source constitue une étape d'initialisation d'un procédé d'optimisation géométrique d'un maillage.

15 L'invention concerne également un tel procédé d'optimisation géométrique d'un maillage source, comprenant une étape d'initialisation mettant en œuvre le procédé de simplification décrit ci-dessus.

Selon un second mode de mise en œuvre de l'invention, le procédé de simplification d'un maillage source peut être utilisé seul.

Ainsi, le procédé de codage de maillage peut mettre en œuvre une 20 étape de minimisation d'un volume compris entre ledit maillage source (M) et ledit maillage simplifié (M').

Ainsi, l'invention concerne une technique d'approximation de maillages utilisant une métrique basée volume, et non comme cela est classiquement le cas, une métrique considérant la distance entre un sommet et une surface (une telle 25 distance n'étant d'ailleurs pas unique).

Cette approche nouvelle prend en compte naturellement les caractéristiques importantes à conserver (singularités) sans qu'il soit nécessaire de recourir à la détection de cas particuliers. Aucun paramétrage particulier n'est requis, avant le traitement d'un maillage : on minimise simplement le volume 30 entre les deux maillages.

De façon avantageuse, chacun desdits maillages étant défini par la position de chacun de ses sommets et des arêtes les reliant, ladite étape de minimisation assure la détermination des positions des sommets (X_1, X_2, \dots, X_n) dudit maillage simplifié (M') minimisant le volume $V(M, M')$ entre ledit maillage source et ledit maillage simplifié.

5 Préférentiellement, ladite étape de minimisation met en œuvre un processus itératif optimisant progressivement les positions des sommets dudit maillage simplifié (M').

10 Ledit processus itératif peut notamment être interrompu lorsqu'au moins un des critères d'arrêt suivants est atteint :

- un nombre (N) maximum d'itérations ;
- une différence entre deux vecteurs déplacement successifs des positions des sommets inférieure à un seuil prédéterminé (ϵ).

15 Selon un mode de réalisation avantageux, ladite étape de minimisation met en œuvre une méthode de gradient adaptatif. Cette méthode, ainsi qu'on le verra par la suite, permet de mettre en œuvre l'invention avec une complexité de calcul réduite. En effet, il n'est alors pas nécessaire d'effectuer un calcul explicite du volume.

20 Dans ce cas, ladite méthode de gradient adaptatif peut avantageusement reposer sur les opérations suivantes:

- sélection d'un vecteur X_p de \mathbb{R}^{3n} ($n \geq 1$) dudit maillage simplifié, et calcul du gradient $\nabla E(X_p)$ en X_p de la fonction à minimiser $E = d(M, M')$;
- détermination de la position X_p^* de X_p dudit maillage, selon la relation définie à l'itération $k+1$ par :

$$X_p^{k+1} = X_p^k - \gamma_k \times \frac{\nabla E(X_p^k)}{\|\nabla E(X_p^k)\|}$$

25 k variant de 0 à $n-1$ (avec $n < N$) et γ_k étant le pas de ladite relation ;

N représente le nombre d'itérations utiles pour atteindre la convergence (cette dernière étant atteinte lorsque la différence entre deux déterminations

successives est inférieure à un seuil (ε) ou lorsqu'un nombre maximum d'itérations est atteint).

On peut noter que X_p appartient à \mathbf{R}^3 si on effectue une optimisation locale ou à \mathbf{R}^{3n} si on effectue une optimisation globale. En d'autres termes, on optimise les positions d'un sommet à la fois dans le cas d'une optimisation locale et de tous les sommets simultanément (sous la forme d'un unique vecteur de \mathbf{R}^{3n}) dans le cas d'une optimisation globale.

De façon préférentielle, ledit pas γ_k est variable, et il varie en fonction de l'oscillation de deux déplacements successifs des sommets et/ou en fonction des variations de l'énergie. Il peut notamment être maintenu entre deux bornes γ_{\min} et γ_{\max} .

Selon un mode de réalisation avantageux de l'invention, on détermine, à chaque itération, une variation élémentaire dudit volume correspondant à un champ de vecteurs $\delta\bar{M}$. La surface étant paramétrée par u et v , de façon qu'un vecteur $\delta\bar{M}$ s'exprime sous la forme $\delta\bar{M}(u, v)$, ladite variation élémentaire est assimilée au parallélépipède généré par l'évolution de l'élément de surface $dudv$ dans la direction $\delta\bar{M}(u, v)$.

Cette variation élémentaire de volume entre M et M' peut avantageusement s'écrire :

$$20 \quad \delta d(M, M', \delta\bar{M}) = - \iint_{u,v} \eta(u, v) \bar{n}(u, v) \delta\bar{M}(u, v) d\sigma(u, v)$$

avec : $\eta(u, v) = \eta(M, M', \bar{n}(u, v)) = 1$ si la normale unitaire $\bar{n}(u, v)$ est orientée vers le volume intérieur, et -1 sinon.

Selon un mode de réalisation préférentiel de l'invention, ledit maillage simplifié est paramétré à l'aide d'un modèle d'éléments finis. Lesdits éléments finis sont avantageusement obtenus à l'aide d'un interpolateur affine.

Dans ce cas, ledit maillage simplifié peut s'écrire :

$$M(u, v) = \sum_{i=1}^N X_i \lambda_i(u, v)$$

avec $\lambda_i(u, v)$ une fonction de forme adaptée à un modèle d'éléments finis triangulaires,

et X_i sommet dudit maillage, défini dans R^3 ,

et on définit une fonction de forme sur le maillage par le biais de coordonnées barycentriques.

En utilisant l'expression précédente, on obtient :

$$\delta d(M, M', \delta X_1, \dots, \delta X_n) = - \int \int_{u,v} \eta(u,v) \bar{n}(u,v) \sum_{i=1}^N \delta X_i \lambda_i(u,v) d\sigma(u,v)$$

$$= - \sum_{i=1}^N \int \int_{u,v} \eta(u,v) \bar{n}(u,v) \delta X_i \lambda_i(u,v) d\sigma(u,v)$$

5

De façon avantageuse, la position d'un sommet X_i à la $k^{i\text{ème}}$ itération s'écrit :

$$X_i^{k+1} = X_i^k - \gamma_k \frac{\partial \delta d}{\partial X_i}$$

avec la dérivée partielle de la distance pour un sommet X_i :

$$10 \quad \frac{\partial \delta d}{\partial X_i} = - \int \int_{u,v \in \text{Supp}(\lambda_i)} \eta(u,v) \bar{n}(u,v) \lambda_i(u,v) d\sigma(u,v)$$

Avantageusement, le procédé de l'invention met en œuvre un codage progressif dudit maillage simplifié, par décimation et optimisation locale. Ainsi, ledit maillage simplifié est, de façon avantageuse, représenté par un maillage de base et une séquence de raffinements dudit maillage de base.

15 De façon avantageuse, le calcul du gradient à la $k^{i\text{ème}}$ itération comprend les étapes suivantes :

- discrétisation de l'expression de la dérivée partielle de la distance pour chaque sommet X_i , sous la forme :

$$\frac{\partial \delta d}{\partial X_i} = - \sum_{\tau \in S_i} \sum_{i_\tau=1}^N \sum_{j_\tau=1}^{M_\tau} \eta(i_\tau, j_\tau) \bar{n}(i_\tau, j_\tau) \lambda_i(i_\tau, j_\tau) d\sigma(i_\tau, j_\tau)$$

20

avec : - S l'ensemble des triangles voisins du sommet X_i ;

- N_τ le nombre de points échantillonés dans la direction de u ;
- M_τ le nombre de points échantillonés dans la direction de v ;
- calcul de l'orientation des surfaces, par identification de la plus proche intersection avec le maillage source M .

Selon un aspect préférentiel de l'invention, l'orientation relative des surfaces audit maillage source et dudit maillage simplifié est calculée selon l'équation :

$$\eta(u, v) = - \langle \vec{n}_M, \vec{n}_{M'} \rangle \cdot \overline{\langle \vec{n}_{M'}, X_j X_M \rangle}$$

5 avec : X_j le point échantillonné sur M' ;
 X_M le point d'intersection de la droite passant par X_j et de direction \vec{n} avec le maillage source M ;
 \vec{n}_M la normale au maillage source M au point X_M ;
 $\vec{n}_{M'}$ la normale au maillage source M' au point X_j ;
10 ($\overline{\langle X_j X_M \rangle}$ représente un vecteur).

Selon un autre aspect avantageux de l'invention, le procédé comprend une étape de limitation de la dégradation due à une transformation élémentaire, mettant en œuvre une queue de priorité sur les transformations élémentaires.

Préférentiellement, ladite étape de limitation de la dégradation due à une transformation élémentaire comprend les étapes de :

15 - calcul d'un coût pour chaque transformation élémentaire possible ;
- réalisation de la transformation élémentaire de moindre coût ;
- recalcul des coûts des transformations élémentaires modifiées par la transformation élémentaire précédente ;
20 - ajout des nouvelles transformations élémentaires créées et calcul des coûts correspondants.

Le coût d'une transformation élémentaire (T_i) peut par exemple s'exprimer par :

$$C(T_i(X_i, X_j)) = \max d_2(V_M, F(X_i^f))$$

25 avec : T_i transformation fusionnant deux sommets X_i et X_j dudit maillage simplifié M' ;
 X_i^f le sommet dudit maillage simplifié M' résultant de ladite transformation ;
 $F(X_i^f)$ les faces dudit maillage simplifié M' avoisinant le sommet X_i^f après ladite transformation ;
30

V_M ensemble des sommets dudit maillage source M appartenant aux faces ayant été intersectées lors du calcul de l'orientation des surfaces pendant ladite minimisation.

Le procédé de l'invention peut s'appliquer à de très nombreux domaines techniques, et en particulier à au moins un des domaines appartenant au groupe comprenant :

- la réalité virtuelle ;
- la simulation scientifique ;
- la modélisation.

10 5. liste des figures

D'autres caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront plus clairement à la lecture de la description suivante d'un mode de réalisation préférentiel de l'invention, donnée à titre de simples exemples illustratifs et non limitatifs, et des dessins annexés parmi lesquels :

- la figure 1 illustre le principe d'une fusion d'arête ;
- la figure 2 illustre le principe de la queue de priorité combinant la courbure et la dynamique géométrique définies localement, selon l'invention ;
- la figure 3 illustre le dénombrage des arêtes vives autour d'un sommet du maillage ;
- la figure 4 présente le principe de la pseudo optimisation entre fusion d'arêtes, selon l'invention.
- la figure 5 illustre le principe, consistant à minimiser le volume entre deux surfaces ;
- les figures 6 à 11 sont discutées en annexe 2, décrivant les aspects mathématiques de l'invention, et illustrent respectivement :
 - figure 6 : variation élémentaire du maillage ;
 - figure 7 : variation élémentaire du maillage dans la direction de la normale ;
 - figure 8 : système de coordonnées sur un triangle ;

- figure 9 : fonction de forme ;
- figures 10 et 11 : exemples d'évolutions de surface sur deux courbes en deux dimensions ;
- la figure 12 illustre la mise à jour des adjacences de face après fusion d'une arête adjacente à deux faces ;
- la figure 13 illustre la mise à jour des adjacences de face après fusion d'une arête adjacente à une face ;
- la figure 14 illustre l'échantillonnage sur un triangle pour l'intégration numérique ;
- 10 - la figure 15 explique le principe de l'orientation relative des surfaces, de façon à éviter la formation de plis sur la surface lorsque la position initiale est trop éloignée de l'optimum ;
- la figure 16 illustre le coût d'une transformation élémentaire ;
- la figure 17 est un synoptique de l'approximation de maillages selon l'invention ;
- 15 - la figure 18 est un synoptique de l'optimisation d'un sommet X_i ;
- les figures 19 à 22 illustrent le comportement du procédé de l'invention, sur un parallélépipède rectangle, après décimation sur un coin (figure 19), une arête vive régulière (figures 20 et 21) et un plan (figure 22) ;
- 20 - la figure 23 illustre les différentes (12) itérations effectuées sur un exemple simple, selon l'invention ;
- les figures 24 à 27 sont discutées en annexe 1, présentant la technique connue du codage progressif de maillages, et illustrent respectivement :
- figure 24 (également commentée par la suite) : transformation élémentaire (fusion d'arête) ;
- figure 25 : solutions initiales ;
- figure 26 : mise à jour des transformations dans le voisinage affecté par la dernière modification ;

- figure 27 : ajout des transformations nouvellement créées.

6. principe général d'une mise en œuvre de l'invention

6.0 Introduction

Selon l'aspect principal de l'invention, on prévoit une étape d'optimisation de la position des sommets (§ 6.2), qui s'inscrit dans le cadre d'une fusion d'arête, choisie par exemple selon la technique décrite au § 6.1. Cela peut ensuite être mis en œuvre dans le cadre des procédés des § 6.3 et 6.4.

6.1. Simplification géométrique

Ainsi qu'indiqué précédemment, l'invention concerne notamment une nouvelle technique de simplification d'un maillage 3D, reposant sur la mise en œuvre d'une queue de priorité combinant la courbure locale et la dynamique géométrique locale. Cette technique présente notamment l'avantage de conserver jusqu'à un niveau élevé de décimation, les singularités sur les maillages. Elle possède de plus une vitesse d'exécution intéressante.

Selon un aspect de l'invention, on construit une queue de priorité gérant l'opérateur topologique de fusion d'arêtes. Cette queue de priorité combine les critères de courbure locale et de dynamique géométrique locale, afin d'exploiter au mieux le degré de liberté donné par l'ordre des transformations à réaliser sur le maillage.

La simplification d'un maillage M consiste à construire un maillage M' de complexité géométrique réduite, qui conserve une faible déviation géométrique avec M.

L'algorithme de simplification géométrique doit permettre de spécifier une résolution géométrique au sommet prêt. Pour cela, on choisit un opérateur topologique élémentaire de simplification présentant de bonnes propriétés : conservation de la topologie dans une certaine mesure de décimation, et absence de création de trous sur les surfaces, et conservation des orientations.

Cet opérateur topologique élémentaire est la fusion d'arêtes, tel que défini par exemple par HOPPE (document déjà cité) qui est illustré en figure 1.

La fusion d'arêtes 10 consiste à fusionner les deux sommets adjacents 11 et 12 en un sommet 13, à supprimer les deux faces 14 et 15 et à positionner le sommet 13 résultant de la fusion. On notera que cette transformation est réversible (possibilité d'insertion 16 d'un sommet).

5 Chaque transformation élémentaire décime le maillage approximant M'. La qualité de l'approximation se dégrade donc au cours de la décimation, ou reste au mieux invariante. Afin de limiter les dégradations apportées au maillage, on souhaite bien sûr effectuer tout d'abord les transformations affectant le moins possible le modèle.

10 Pour cela, on définit une queue de priorité contenant toutes les transformations réalisables sur le maillage (soit approximativement le nombre d'arêtes). Durant la décimation, la transformation de moindre coût de la queue de priorité est réalisée, puis supprimée de la queue. Le coût dans le voisinage modifié par l'opération précédente est alors recalculé, et les nouvelles transformations 15 potentielles sur le maillage sont insérées dans la queue de priorité, après en avoir calculé le coût.

20 Les singularités géométriques, qui sont des parties très informatives, doivent être conservées le plus longtemps possible pendant la décimation. En particulier, les régions de forte courbure apparaissent comme très informatives. En conséquence, le premier critère de tri sur les transformations élémentaires est donc lié à la courbure locale autour de l'arête à fusionner.

25 On appelle courbure $C(X_i)$ autour d'un sommet X_i l'angle maximal entre les normales à deux faces adjacentes autour du sommet X_i . On appelle ensuite courbure autour d'une arête (repérée par deux sommets X_i et X_j) la moyenne de ces critères évaluée en chaque sommet.

Un second critère basé sur la longueur de l'arête à fusionner, permettant de réduire la densité géométrique du maillage et d'obtenir un bon rapport d'aspect sur les triangles résultants, est mis en œuvre.

30 On peut également utiliser une formule usuelle représentative de la compacité. Cependant, la longueur de l'arête à fusionner présente les avantages :

- de fournir un maillage de densité uniforme dans les régions de courbure voisine ;
- de conserver une bonne compacité des triangles, puisque ce critère tend à créer des triangles équilatéraux ;
- 5 - de présenter un faible coût de calcul.

En d'autres termes, la queue de priorité selon l'invention repose simultanément sur la prise en compte des deux aspects suivants :

- un petit triangle n'est intéressant que dans une région hautement informative (soit une région de forte courbure) ;
- 10 - il est souhaitable de réduire la densité d'un maillage afin d'en réduire sa complexité.

Les deux critères pris en compte selon l'invention sont combinés de manière à obtenir le comportement illustré par la figure 2. Cette figure est une échelle de la courbure, graduée de 0 à π , en radians.

15 Sur les régions de faible courbure 21, inférieures au premier seuil 22, la densité est réduite, et la compacité obtenue est raisonnable, puisque les arêtes de longueur minimale sont fusionnées.

Le seuil définissant une faible courbure est ensuite augmenté (23), lorsqu'il n'y a plus de transformation possible sur le segment de faible courbure 21.

20 Ainsi, sur les niveaux de décimation les plus faibles, la contrainte de courbure est automatiquement relâchée, afin d'atteindre la complexité géométrique fixée.

25 La queue de priorité possède donc deux niveaux de contrainte, organisés suivant une hiérarchie : la courbure en est le critère prioritaire, et la densité en est le critère secondaire.

6.2 Pseudo-optimisation

Après une opération de fusion d'arêtes, on s'autorise, selon l'aspect essentiel de l'invention, à placer le sommet résultant de la fusion sur la position de l'optimum probable.

Pour cela, on introduit la notion d'arête vive : une arête est vive lorsque l'angle formé par les normales aux deux faces adjacentes est supérieur à un seuil fixé paramétrable. On dénombre ensuite le nombre d'arêtes vives autour des sommets de l'arête à fusionner, ainsi que cela est illustré en figure 3. Le sommet 5 31 n'est associé à aucune arête vive, le sommet 32 à deux arêtes vives et le sommet 33 à trois arêtes vives.

On déduit de ce dénombrement deux cas pour l'initialisation, ainsi que cela est illustré en figure 4 :

- si les nombres d'arêtes vives autour de X_a et autour de X_b sont identiques, on effectue l'initialisation au milieu du segment formant l'arête à fusionner. Sur les zones planes de faible courbure, cela permet de conserver une bonne compacité sur les triangles voisins. Sur une arête vive régulière (nombres d'arêtes vives égaux à 2), cela permet de positionner le sommet proche de l'arête vive qui sera conservé au cours de l'optimisation ;
- si les nombres d'arêtes vives autour de X_a et autour X_b sont différents, l'initialisation est effectuée sur le sommet présentant le plus grand nombre d'arêtes vives. Dans les cas les plus courants, l'optimum est atteint à partir de cette position initiale.

20 Dans l'exemple de la figure 4, dans lequel le maillage source correspond à un parallélépipède 41, on constate que cette heuristique place le sommet :

- sur le coin du parallélépipède lorsque l'arête à fusionner forme un coin 43 ;
- et sur l'arête vive régulière du parallélépipède lorsque l'arête commence sur la région plane et se termine sur l'arête vive 45.

25 Les situations où le nombre d'arêtes vives est le même autour des deux sommets sont illustrés en 42 et 44.

6.3 Applications

30 Comme indiqué précédemment, la technique de simplification de l'invention peut être mise en œuvre seule, pour offrir une technique

d'approximation de maillage, ou comme une étape d'initialisation d'une procédure plus complète d'optimisation géométrique, telle que par exemple celle décrite ci-après.

6.3.1 structure

5 L'invention peut être mis en œuvre dans une méthode d'approximation de maillage mettant en œuvre une métrique basée volume. Un des avantages de cette métrique est qu'elle prend naturellement en compte les caractéristiques importantes à conserver (les singularités), sans devoir recourir à la détection de cas particuliers.

10 D'une façon générale, l'approximation de maillages génère un modèle polygonal géométriquement plus simple que le modèle original. Le nombre de polygones nécessaire à la représentation est ainsi réduit, tout en conservant la meilleure approximation, au sens perceptuel, du modèle original.

15 Le problème correspondant peut être formulé par une approche variationnelle permettant d'approximer un maillage M par un maillage M' (ou \hat{M}) comprenant un nombre réduit de triangles. Elle autorise le déplacement des sommets en optimisant leurs positions au sens d'un ou plusieurs critères définis par le biais d'une fonctionnelle d'énergie à minimiser.

20 L'approximation d'un maillage génère un modèle géométriquement plus simple que le modèle original. Le nombre de polygones nécessaires à la représentation est ainsi réduit tout en conservant la meilleure approximation (au sens perceptuel) du modèle original. La qualité de l'approximation définit le niveau de ressemblance perceptuelle pour une complexité géométrique fixée. L'invention utilise une métrique basée volume entre "le maillage approximant" et
25 le "maillage approximé".

Le principe de l'algorithme est scindé en deux parties : la décimation et l'optimisation des positions.

L'opération élémentaire de décimation choisie est la fusion d'arête, décrite précédemment. L'algorithme d'optimisation choisi est un algorithme itératif de

gradient à pas adaptatif afin de minimiser itérativement le volume compris entre le modèle et le maillage original.

En combinant décimation et optimisation, on peut générer soit un maillage sous forme progressive, soit des niveaux de résolution distincts.

5 6.3.2 décimation

Afin de simplifier la géométrie d'un maillage, il convient de décimer itérativement le maillage tout en conservant une bonne topologie. On choisit donc une transformation élémentaire : la fusion d'arête, qui fusionne deux sommets adjacents en un sommet, supprime deux faces et place le nouveau sommet 10 résultant de la fusion, suivant le principe décrit précédemment.

Cette décimation peut être réalisée alternativement ou successivement avec une optimisation (telle que décrite précédemment) des positions d'un ou de plusieurs sommets suivant l'application visée. On peut construire plusieurs niveaux de résolution d'un maillage en utilisant cette transformation élémentaire, 15 et la granularité minimale est obtenue par une décimation puisque le maillage est alors défini au sommet près. On procède alors en alternant décimation locale et optimisation locale du sommet résultant de la fusion.

Inversement, on peut définir des niveaux de résolutions de manière générale en décimant au préalable un ensemble de sommets puis en optimisant 20 globalement les positions des sommets du maillage.

La décimation successive permet de construire des maillages progressifs. Dans ce cas, il convient de choisir judicieusement l'ordre de réalisation des transformations. Cet ordre est défini par le biais d'une queue de priorité sur les transformations élémentaires de manière à effectuer en premier les 25 transformations affectant le moins possible le modèle original.

Cela amène à définir la notion de coût pour chaque opération élémentaire et la queue de priorité sera triée par ce dernier. Ainsi initialement, toutes les transformations possibles sont listées, le coût de chacune d'elles est calculé (sans effectuer de modifications sur le maillage), on réalise la transformation de

moindre coût, et on recalcule les coûts des transformations élémentaires modifiées par la transformation précédente.

Bien sûr, d'autres techniques que la décimation peuvent être utilisées pour obtenir le maillage approché, ou approximé, tel que des techniques de sous-échantillonnage, de subdivisions adaptatives, etc...

6.3.3 optimisation basée sur le volume

Le problème de l'optimisation consiste donc à minimiser une fonctionnelle d'erreur définie par :

$$E(M, M') = d(M, M')$$

où $d(M, M')$ caractérise une distance entre les deux maillages M et M' , et garantit la fidélité aux données initiales. L'algorithme d'optimisation est choisi notamment pour ses performances en terme de vitesse et/ou de pertinence de la solution finale.

On explique ci-dessous le contexte théorique de la métrique basée volume utilisée pour caractériser l'erreur d'approximation entre deux maillages, ainsi que la formulation variationnelle permettant l'optimisation de la qualité de l'approximation, selon l'invention.

6.3.3.1 métrique

Un exemple de mesure de l'erreur, ou distance, entre les maillages M et M' est illustrée en figure 5. La mesure de l'erreur est donnée par le volume V , compris entre les deux surfaces formées par les maillages M et M' .

Ce volume est défini par l'intégrale de Lebesgue suivante :

$$V(M, M') = \int_{\mathbb{R}^3} I_V(M', M)(\vec{q}) d^3\vec{q}$$

avec $I_V(\vec{q})$ la fonction indicatrice de l'intérieur du volume et \vec{q} un point générique de \mathbb{R}^3 .

6.3.3.2 fonctionnelle

Un maillage étant défini partiellement par les positions de ses sommets, on peut formuler le problème de la minimisation du volume par le biais d'une fonctionnelle d'énergie à minimiser, cette fonctionnelle étant définie par :

$$E = E_{\text{error}} = d(M, M') = d(M, M', X_1, \dots, X_n)$$

L'algorithme d'optimisation mis en œuvre consiste alors à déterminer les positions optimales des sommets X_1, X_2, \dots, X_n qui minimisent la distance $d(M', M)$.

5

6.3.3.3 variation élémentaire de volume

L'évolution élémentaire du maillage M' est définie par le champ de vecteurs $\delta \vec{M}'$. Une expression de la variation élémentaire du volume est décrite en annexe 2 (§ 2).

6.3.3.4 mise en œuvre du gradient adaptatif

10

La technique d'optimisation utilisée pour résoudre le problème de la minimisation peut avantageusement reposer sur une approche itérative, tel que le gradient adaptatif. L'annexe 2 (§ 1) décrit en détail la mise en œuvre de cette technique du gradient adaptatif, ainsi que le calcul d'une variation élémentaire de volume permettant la détermination du gradient à chaque itération, et le paramétrage du maillage par un modèle d'éléments finis triangulaires.

15

Un modèle d'éléments finis triangulaires permettant de calculer le gradient en chaque sommet est décrit en annexe 2 (§ 3).

L'algorithme du gradient pour un sommet X_i s'écrit sous la forme :

$$X_i^{k+1} = X_i^k - \gamma_k \frac{\partial \delta d}{\partial X_i}$$

20

L'expression de la dérivée partielle de la distance pour un sommet X_i est :

$$\frac{\partial \delta d}{\partial X_i} = - \iint_{u, v \in \text{Supp}(\lambda_i)} \eta(u, v) \bar{n}(u, v) \lambda_i(u, v) d\sigma(u, v)$$

25

Le support de la fonction de forme est défini par les triangles voisins du sommet X_i . L'intégrale est calculée par le biais d'une discréétisation sur les triangles (décrite par la suite) et une heuristique a été adoptée pour déterminer l'orientation relative des surfaces formées par M et M' (également décrite par la suite).

A chaque itération du gradient, on applique un déplacement sur le sommet X_i qui tend à minimiser le volume entre les surfaces. Le déplacement est la

somme des contributions liées aux calculs d'orientation en plusieurs points de chaque triangle.

Le pas γ_i est adaptatif. Au départ il est initialisé à γ_0 (une fraction de la longueur de l'arête fusionnée), puis il est multiplié par k (avec $k < 1$), en présence d'une oscillation (c'est-à-dire lorsque deux vecteurs de déplacement successifs sont de directions opposées : $\left\langle \frac{\partial \delta d^{k+1}}{\partial X_i}, \frac{\partial \delta d^k}{\partial X_i} \right\rangle < 0$).

Ce pas γ_i est borné (borne inférieure γ_{min}), afin de conserver la convergence de l'algorithme. On a $\gamma_i \in [\delta, 2\lambda - \delta]$, avec $0 < \delta < \lambda$ et $\|HE(\lambda)\| \leq 1/\lambda_0$ (où HE représente le Hessian de E).

On considère la convergence atteinte lorsque le déplacement du sommet X_i d'une itération à l'autre est inférieure à ϵ (ϵ étant une fraction de la dynamique locale des arêtes du maillage). Le nombre d'itérations de l'algorithme peut également être borné.

6.3.4. description d'un mode de réalisation détaillé

Le procédé de l'invention permettant de générer des approximations de maillages à différents niveaux de résolution, un codage progressif de maillages par décimation et optimisation locale peut être mis en œuvre.

Dans cette optique, on définit une transformation élémentaire de décimation adaptée au codage progressif, une méthode d'optimisation locale et une queue de priorité sur les transformations afin de maximiser le ratio quantité d'informations/qualité visuelle à chaque itération de l'algorithme. On décrit par la suite la mise en œuvre de cet algorithme, et notamment le calcul du gradient défini sur un sommet du maillage.

6.3.4.1 transformation élémentaire

Le codage progressif permet de définir la notion d'échelonnabilité sur un maillage. L'échelonnabilité maximale est obtenue lorsque la résolution du maillage peut être choisi au sommet près. Un maillage peut ainsi être codé sous la forme d'un maillage de base (à une résolution visuellement acceptable) et d'une séquence de raffinements.

Afin d'obtenir une telle structure de données, il convient de décimer itérativement le maillage, d'optimiser localement les positions des sommets de manière à approximer localement au mieux le maillage initial, et d'enregistrer simultanément la séquence de décimation afin de coder le maillage dans le sens 5 des raffinements.

On choisit donc une transformation élémentaire réversible, par exemple la fusion d'arêtes définie par HOPPE (document déjà cité), qui est illustrée en figure 1. La fusion d'arête 10 consiste à fusionner les deux sommets adjacents 11 et 12 en un sommet 13, à supprimer les deux faces 14 et 15 et à optimiser la position du 10 sommet 13 résultant de la fusion.

Cette transformation est réversible (insertion 16 d'un sommet).

Après transformation, les adjacences doivent être mises à jour. Pour cela, on considère une structure de type faces/sommets et une adjacence définissant toute les relations entre les éléments. Les faces stockent des liens vers leurs faces 15 voisines, et chaque sommet liste les faces qui le contiennent et les sommets voisins. Les figures 12 et 13 illustrent la mise à jour des adjacences de faces après fusion d'une arête adjacente à deux faces (figure 12) ou à une face (figure 13).

La décimation est ainsi naturellement prise en compte sur toutes les zones du maillage, sans qu'il soit nécessaire de détecter les cas particuliers, telles que les 20 arêtes adjacentes à une seule face.

6.3.4.2 initialisation

L'optimisation agit sur la position du sommet résultant de la fusion de l'arête formée par les sommets X_a et X_b . Afin de débuter l'algorithme d'optimisation avec une bonne condition initiale, on choisit de positionner le 25 sommet le plus proche de l'optimum probable. Pour cela, on introduit la notion d'arête vive : une arête est vive lorsque l'angle formé par les normales aux deux faces adjacentes est supérieur à un seuil fixé paramétrable. On dénombre ensuite le nombre d'arêtes vives autour des sommets de l'arête à fusionner, selon l'approche déjà discutée.

6.3.4.3 optimisation

On rappelle que l'expression de la fonctionnelle considérée :

$$E = E_{\text{error}} = d(M, M')$$

Cette fonctionnelle est minimisée en optimisant la position du sommet X_i par un algorithme de gradient :

5

$$X_i^{k+1} = X_i^k - \gamma_i \frac{\partial \delta d^k}{\partial X_i}$$

Les déterminations du pas γ_i et des critères d'arrêt sont discutées au §-

6.3.3.4.

6.3.4.4 discréétisation

Le calcul du gradient nécessite donc une discréétisation de l'intégrale :

10

$$\frac{\partial \delta d}{\partial X_i} = - \iint_{u, v \in \text{Supp}(\lambda_i)} \eta(u, v) \bar{n}(u, v) \lambda_i(u, v) d\sigma(u, v)$$

Sur le support de la fonction de forme définie sur X_i .

On est donc amené à échantillonner la surface des triangles, avant d'évaluer en chaque point $X(x, y, z)$ la valeur de la fonction de forme $\lambda_i(x, y, z)$ et l'orientation des surfaces $\eta(u, v)$.

15

Le gradient s'exprime donc sous la forme discrète suivante :

$$\frac{\partial \delta d}{\partial X_i} = - \sum_{\tau \in S} \sum_{i_\tau=1}^{N_\tau} \sum_{j_\tau=1}^{M_\tau} \eta(i_\tau, j_\tau) \bar{n}(i_\tau, j_\tau) \lambda_i(i_\tau, j_\tau) d\sigma(i_\tau, j_\tau)$$

avec : - S l'ensemble des triangles voisins du sommet X_i ;

- N_τ le nombre de points échantillonnés dans la direction de u ;
- M_τ le nombre de points échantillonnés dans la direction de v .

20

Pour un triangle donné, l'échantillonnage est effectué dans le plan passant par ses sommets, le nombre de points étant proportionnel à la surface du triangle, ainsi que cela est illustré en figure 14.

25

Le repère d'échantillonnage est formé par l'arête 161 de plus grande longueur et la hauteur 162 du triangle courant. Soit n le nombre minimum de points par triangles fixés à l'avance, S_{\min} l'aire minimale des triangles voisins de X_i et h le pas d'échantillonnage. On déduit h par la formule suivante :

$$n \times h^2 = S_{\min}$$

La fonction de forme est évaluée par un rapport de surfaces tel que décrit en annexe 2.

6.3.4.5 orientation des surfaces

L'orientation relative de deux surfaces définie en trois dimensions est
5 délicate à définir avec exactitude. On utilise avantageusement une heuristique pour calculer l'orientation des deux surfaces M et M' (c'est-à-dire le terme $\eta(u,v)$ de l'équation du gradient présenté ci-dessus) :

$$\eta(u,v) = - \langle \vec{n}_M, \vec{n}_M \rangle \cdot \langle \vec{n}_{M'}, \overline{X_j X_M} \rangle$$

avec : X_j le point échantillonné sur M' ;
10 X_M le point d'intersection de la droite passant par X_j et de direction $\vec{n}_{M'}$ avec le maillage source M ;
 \vec{n}_M la normale au maillage source M au point X_M ;
 $\vec{n}_{M'}$ la normale au maillage source M' au point X_j .
où $\langle \cdot, \cdot \rangle$ représente le produit scalaire.

15 La figure 15 illustre ce calcul de l'orientation en deux dimensions. En trois dimensions, il suffit de remplacer les segments par des triangles. Cette heuristique limite fortement la formation de plis sur la surface, puisque le terme $\langle \vec{n}_M, \vec{n}_M \rangle$ traduit l'opposition des normales lorsqu'elles sont de sens opposés.

6.3.4.6 priorités sur les transformations

20 Chaque transformation élémentaire décime le maillage approximant M'. La qualité de l'approximation se dégrade donc au cours de la décimation, ou reste au mieux invariante lorsque le volume reste inchangé, et ce malgré l'optimisation des points.

25 Par exemple, si l'on considère une sphère, on sait qu'elle nécessite en théorie une infinité de triangles pour être parfaitement modélisée. Dès lors que l'on restreint le nombre de triangles, on dégrade la qualité de son approximation. En revanche, sur des régions planes d'un objet, on peut décimer jusqu'à l'obtention d'un maillage optimal (ainsi, sur un parallélépipède, l'optimum est atteint lorsque chaque face est décrite par deux triangles).

On souhaite coder progressivement les maillages, et donc retirer itérativement les sommets par une opération de fusion d'arêtes. Après l'optimisation des positions, un autre processus est donc développé, consistant à définir une priorité sur les transformations élémentaires, de manière à effectuer en premier les transformations affectant le moins possible le modèle.

Pour cela, on définit la notion de coût pour chaque opération élémentaire, et une queue de priorité triée selon ce coût.

Ainsi, initialement, toutes les transformations possibles sont listées puis le coût de chacune d'elles est calculé (sans effectuer les modifications correspondantes sur le maillage). On réalise la transformation de moindre coût, puis on recalcule les coûts des transformations élémentaires modifiées par la transformation précédente. On rappelle que la fusion d'arête supprime deux faces soit en conséquence, les transformations concernant ces faces sont retirées de la queue de priorité, ce qui crée une ou deux nouvelles transformations, pour lesquelles on calcule également le coût en énergie, déduit de la technique décrite en annexe 2, et qui représente la variation de volume entre le maillage avant et après transformation.

Le calcul direct du volume entre deux surfaces triangulées étant complexe à calculer, on fait appel à une heuristique permettant de simplifier ce problème.

Soient :

- T_i la transformation fusionnante de sommet X_i et X_j de M' ;
- X'_i le sommet de M' résultant de la fusion (dont on a optimisé la position) ;
- $F(X'_i)$ les faces de M' avoisinant le sommet X'_i après transformation ;
- V_M l'ensemble des sommets de M appartenant aux faces ayant été intersectées lors du calcul de l'orientation des surfaces pendant l'optimisation.

Le coût d'une transformation élémentaire T_i s'exprime alors sous la forme:

$$C(T_i(X_i, X_j)) = \max_{d_2}(V_M, F(X'_i))$$

5 Ce coût correspond donc à la distance maximale des sommets du maillage original (sous les faces avoisinant le sommet X_i) aux faces avoisinant X_i après transformation. La figure 16 illustre, en deux dimensions, l'expression du coût dans le cas d'une décimation sur une discontinuité. Comme indiqué précédemment, en trois dimensions les segments sont remplacés par des triangles.

10 La transformation 181 consiste à fusionner les sommets X_i et X_j en un sommet X'_i . Les sommets 182₁ à 182₄ correspondent à l'ensemble V_M .

On peut constater que sur un plan maillé, le coût d'une transformation serait nul, les zones comportant une information redondante étant décimées en priorité.

15 On présente maintenant des exemples de synoptique pour la mise en œuvre des différents aspects discutés précédemment.

6.3.4.7 synoptiques

- approximation de maillages

15 La figure 18 résume l'algorithme d'approximation d'un maillage M comportant n faces par un maillage M' comportant m faces (avec bien sûr m < n).

On commence tout d'abord par copier le maillage source M, ou maillage original, dans la variable M', représentant le maillage simplifié que l'on cherche à déterminer (191). Sur ce maillage M', on effectue ensuite une recherche de toutes 20 les transformations élémentaires réalisables (192), puis un calcul (193) des coûts énergétiques de ces transformations après optimisation.

On sélectionne et on réalise (194) la transformation de moindre coût parmi l'ensemble des transformations possibles. Il s'agit de l'étape de décimation.

Puis, on met à jour (195) les coûts énergétiques des transformations, dans 25 le voisinage affecté par la transformation effectuée à l'étape 194. Enfin, on ajoute (196) les nouvelles transformations induites par la transformation effectuée 194, et on calcule les coûts correspondants.

Les trois étapes 194, 195 et 196 sont réitérées (197) n - m fois, jusqu'à ce qu'au moins un des critères d'arrêt soit atteint.

30 • optimisation en position

La figure 20 illustre l'optimisation du sommet X_i , après fusion de l'arête (X_i, X_j) .

On définit au préalable les paramètres d'initialisation suivants, partiellement en fonction de la dynamique de la géométrie locale autour du sommet X_i :

- Epsilon est un critère d'arrêt de la convergence, fraction de la longueur moyenne des arêtes autour du sommet X_i (typiquement 0,001) ;
- MaxIter est la borne supérieure du nombre d'itérations, fixée arbitrairement (typiquement 200 itérations) ;
- 10 - StepInit, StepDec et StepMin sont respectivement la valeur d'initialisation, le taux de décroissance et la borne inférieure du pas. StepInit et StepMin sont des fractions de la longueur de l'arête à fusionner (typiquement 0,1 et 0,01), StepDec est fixé arbitrairement (typiquement 0,95) ;
- 15 - StepSampling est le pas d'échantillonnage sur les triangles, utilisé pour le calcul discret de l'intégrale formant le gradient à chaque itération. Il est déduit des aires des faces voisines du sommet X .
- NbSharpEdges(X) est le nombre d'arêtes vives autour du sommet X .

L'algorithme débute par une étape 201 d'initialisation en position, qui consiste à effectuer les opérations suivantes :

Si $(NbSharpEdge(X_i) = NbSharpEdge(X_j))$

Alors

initialiser au milieu de l'arête à fusionner,

sinon

25 initialiser sur le sommet du plus grand nombre d'arêtes vives.

On réalise ensuite le calcul 202 du gradient, avec les opérations de discréttisation sur les triangles et d'orientation des surfaces. Puis, on effectue le déplacement 203. Le sommet se déplace de la valeur du vecteur gradient multiplié par le pas courant.

On contrôle ensuite l'évolution 204 du pas. Si une oscillation est détectée avec le vecteur gradient précédent, le pas est multiplié par StepDec. Si le pas est inférieur à StepMin, il est réinitialisé à StepMin.

Enfin, on effectue un test de convergence 205. Si la distance entre la position courante et la position précédente est inférieure à Epsilon, ou si le nombre d'itérations MaxIter est atteint, l'algorithme est arrêté (206). Sinon, on répète (207) les étapes 202 à 205.

6.4.3.8 résultats

On montre maintenant, à partir d'un exemple simple (un parallélépipède), 10. le comportement du procédé d'approximation de maillages selon l'invention. L'intérêt du parallélépipède est de permettre de vérifier la qualité de l'approximation sur les discontinuités (arêtes vives régulières et coins) et sur les plans.

Sur un tel objet, l'optimum est atteint lorsque l'on obtient chaque face 15 maillée par deux triangles et que la forme globale de l'objet est parfaitement conservée.

La figure 19 illustre le cas d'une décimation sur un coin 211 du parallélépipède. La solution initiale a été placée sur le coin 211, puisque le nombre d'arêtes vives est maximal en ce sommet (trois autour du coin 211 et deux 20 autour de l'arête vive régulière de l'objet (sommet 212)). L'algorithme d'optimisation oscille, puis converge autour de cette position initiale 213, puisque le pas de gradient a été initialisé à une valeur non nulle, puis a diminué dès que l'oscillation a été détectée.

La figure 20 présente une décimation sur une arête vive régulière. La 25 solution initiale a été placée au milieu de l'arête 223, puisque le nombre d'arêtes vives est identique (deux autour de chaque sommet 221 et 222). Plusieurs solutions situées sur l'arête vive régulière de l'objet satisfont l'invariance de volume, et l'algorithme converge après oscillation autour de l'arête, sur une position dépendante de la solution initiale. Le milieu 224 de l'arête constitue donc 30 une bonne initialisation dans ce cas.

La figure 21 illustre une autre situation de décimation sur une arête vive régulière, dans laquelle la solution initiale a été placée sur l'arête vive 234, puisque les nombres d'arêtes vives sont différents (deux autour du sommet 233 situé sur l'arête, et aucune autour du sommet 232 situé sur la face plane 235 de l'objet). Plusieurs solutions situées sur l'arête vive régulière de l'objet satisfont l'invariance de volume, et l'algorithme converge après oscillation autour de l'arête 234, sur une position 236 dépendant de la solution initiale.

La figure 22 présente le cas d'une décimation sur un plan 243. La solution initiale a été placée au milieu de l'arête 245 formée par les sommets 241 et 242, puisque les nombres d'arêtes vives sont identiques (aucune autour de chaque sommet 241 et 242). Plusieurs sommets situés sur le plan de l'objet satisfont l'invariance de volume. L'algorithme converge, après oscillation, de part et d'autre du plan, sur une position dépendant de la solution initiale. Le milieu 244 de l'arête constitue donc, à nouveau une bonne initialisation dans cette situation.

Le procédé décime le maillage initial en utilisant une queue de priorité.

La figure 23 montre les douze itérations successives de l'algorithme, numérotées (b) à (m), à partir du maillage original numéroté (a).

On constate que les arêtes entraînant une invariance de volume sont décimées en priorité. L'optimum est atteint pour les sommets demandés sur cet objet, puisque chaque face est alors maillée par seulement deux triangles.

On remarque que les arêtes rejoignant deux coins de l'objet ne sont pas fusionnées, puisque cette opération aurait entraîné une forte dégradation de la qualité de l'approximation, les coûts et transformations élémentaires correspondantes étant supérieurs aux coûts d'une fusion d'arêtes sur un plan ou le long d'une arête vive régulière.

ANNEXE 1

5

Codage progressif de maillages

Hugues Hoppe a développé une méthode fonctionnant par décimation et optimisation des points. La décimation est réalisée par une transformation élémentaire réversible et facilement codable : la fusion d'arête qui rassemble deux sommets adjacents en un seul sommet, supprime deux faces et optimise ensuite la position du sommet résultant de la fusion (figure 24).

10

L'auteur a utilisé une approche variationnelle permettant la minimisation du processus, la fonctionnelle d'énergie associée est définie par un terme d'erreur et un terme de régularisation :

15

$$E = E_{\text{error}} + E_{\text{regul}}$$

Ce terme d'erreur caractérise la distance entre les deux maillages M et \hat{M} définie localement, et garantit la fidélité aux données initiales. Le terme de régularisation permet de respecter la topologie d'un maillage et d'assurer l'unicité de la solution. Afin d'initialiser le problème, une fois la face à supprimer déterminée, trois minimisations (partant de trois positions initiales différentes choisies de manière à initialiser correctement le processus d'optimisation) sont réalisées (figure 25) afin de retenir la solution correspondant au minimum d'énergie de la fonctionnelle.

Chaque transformation T_i supprimant un sommet de la triangulation et modifiant le maillage M_i en M_{i+1} , engendre une augmentation de l'énergie globale qui peut être calculée. Le coût en énergie résultant de cette décimation est le suivant :

$$\begin{cases} \Delta E_{T_i} = E_{M_{i+1}} - E_{M_i} \\ \Delta E_{T_i} \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

20

Au départ toutes les transformations possibles sur le maillage sont listées, puis le coût énergétique pour chacune d'entre elles est calculé. Ces transformations sont rangées dans une queue de priorité triée suivant leur coût estimé. Au cours de l'algorithme, la transformation de coût minimum est effectuée, puis les coûts des transformations dans le voisinage affecté par cette modification sont mis à jour (figure 26). Les transformations nouvellement créées sont ajoutées et leur coût estimé est calculé (figure 27). L'algorithme agit donc de manière itérative et décime le maillage \hat{M} d'un sommet et de deux faces à chaque itération. Cette approche de décimation et d'optimisation est bien adaptée au contexte de codage progressif, puisqu'il suffit d'enregistrer la séquence des décimations dans le sens inverse (celui des raffinements) pour coder un maillage sous une forme progressive. Ainsi un maillage M peut être représenté par un maillage à la résolution M_0 et par une séquence de raffinements $\{r_0, r_1, r_2, \dots, r_n\}$.

25

L'erreur utilisée pour caractériser la distance entre les deux maillages est la distance euclidienne (ou quadratique) entre le point X_i à optimiser du maillage \hat{M} et le maillage M , qu'il convient de définir. Les points situés à une distance D de X_i dans \mathbb{R}^3 forment une sphère de rayon D :

30

$$d_2(X_i, M) = \min_{Y \in M} d_2(X_i, Y) = \min_{Y \in M} \|X_i - Y\|_2 \quad (2)$$

34

5

où

$$\|X\|_2 = \left(\sum_{j=1}^N X_j^2 \right)^{1/2}, X \in \mathbb{R}^N \quad (3)$$

10

Le maillage M étant une surface triangulée, cela engendre une mesure de la distance entre un point X_i et un ensemble de triangles. On remarque d'après la définition de la distance L^2 dans \mathbb{R}^3 que le point de M situé à la distance minimale de X_i n'est pas toujours unique. Le choix effectif de ce point dépend de l'ordre d'insertion des points et de la nature du test lors de la recherche du minimum ($<$ ou \leq). La métrique L^2 appliquée sur les maillages devient la métrique D^2 puisque l'on raisonne avec une distance point-surface.

15

20

25

30

ANNEXE 2

Optimisation

5 La technique d'optimisation choisie pour résoudre notre problème de minimisation est une méthode itérative, appelée gradient adaptatif.

1 Gradient adaptatif

10 Notre objectif consiste donc à minimiser la fonctionnelle E décrite précédemment. Comme dans tous les cas, la stationnarité de E est une condition nécessaire d'optimalité, effectivement, pratiquement toutes les méthodes d'optimisation sans contraintes dans \mathbb{R}^N consistent à rechercher un vecteur X stationnaire ($\nabla E(X) = 0$). Ce problème est équivalent à la résolution du système d'équations non linéaires :

$$\frac{\partial E}{\partial X_i}(X) = 0, \forall i = 1, \dots, N \quad (1)$$

15 On peut chercher à résoudre directement ce système, ce qui conduit à la méthode de Newton. Cependant, cette méthode peut ne pas converger, si le point de départ des itérations est trop éloigné de X . D'autre part, elle suppose la fonction deux fois continûment différentiable, et elle nécessite le calcul des dérivées secondes en chaque point. C'est pourquoi les méthodes les plus couramment utilisées procèdent différemment : il s'agit de procédures itératives où l'on engendre une suite de vecteurs X^0, X^1, \dots convergeant vers un optimum local de E .

20 Ces méthodes de gradient constituent une famille de méthodes qui procèdent de la façon suivante : On part d'un point X^0 et on calcule le gradient $\nabla E(X^0)$ en X^0 de la fonction E à minimiser. Comme $\nabla E(X^0)$ indique la direction de la plus grande augmentation de E , on se déplace d'une quantité γ_0 dans la direction opposée au gradient, et on définit le point :

$$X^1 = X^0 - \gamma_0 \times \frac{\nabla E(X^0)}{\|\nabla E(X^0)\|} \quad (2)$$

La procédure est répétée et engendre les points $X^0, X^1, \dots, X^n, \dots$ suivant la relation :

$$X^{k+1} = X^k - \gamma_k \times \frac{\nabla E(X^k)}{\|\nabla E(X^k)\|} \quad (3)$$

25 Dans cette famille, il convient de signaler les méthodes de gradient à pas déterminé dans lesquelles on choisit à priori les valeurs de déplacements γ_k . L'inconvénient de cette procédure est que la convergence peut être très lente. Nous avons donc choisi d'utiliser la méthode de gradient à pas adaptatif, qui consiste à diminuer (resp. augmenter) le pas γ_k lorsque l'erreur augmente (resp. diminue), tout en conservant la contrainte de contrôle du

pas, soit : $\gamma_k \in [\gamma_{min}, \gamma_{max}]$. Finalement, comme critère d'arrêt, nous nous sommes fixés que la différence entre deux erreurs successives devait être inférieure à un ϵ donné.

Au cours de la minimisation, les positions des sommets du maillage vont évoluer de manière à minimiser le volume entre les deux surfaces, cette évolution nécessite de calculer le gradient à l'itération k (le terme $\nabla E(X^k)$ de l'équation

2. Variation élémentaire de volume

Le processus d'optimisation est donc vu comme une évolution du maillage \hat{M} de manière à minimiser $V(M, \hat{M})$. L'évolution élémentaire du maillage est définie par le champ de vecteurs $\delta\hat{M}$. En réalisant une paramétrisation de la surface par u et v , le vecteur $\delta\hat{M}$ peut s'exprimer sous la forme $\delta\hat{M}(u, v)$. Si on approxime localement la surface par son plan tangent la variation élémentaire de volume est alors le parallépipède généré par l'évolution de l'élément de surface $dudv$ dans la direction $\delta\hat{M}(u, v)$ (figure 6).

On peut ainsi exprimer la variation élémentaire de volume induite par l'élément d'aire $dudv$:

$$15 \quad \delta V(M, \hat{M}, \delta\hat{M}(u, v)) = \left| \left[\frac{\partial \hat{M}(u, v)}{\partial u} \wedge \frac{\partial \hat{M}(u, v)}{\partial v} \right] \cdot \delta\hat{M}(u, v) \right| \cdot dudv$$

La variation est négative lorsque le vecteur $\delta\hat{M}$ est orienté vers l'intérieur du volume d'erreur. La figure 7 présente le cas particulier où l'évolution du maillage se fait dans la direction de la normale. Prenons maintenant en considération le fait que :

$$20 \quad \left[\frac{\partial \hat{M}(u, v)}{\partial u} \wedge \frac{\partial \hat{M}(u, v)}{\partial v} \right] \cdot dudv = \vec{n}(u, v) d\sigma(u, v)$$

avec $\vec{n}(u, v)$ la normale unitaire en $\hat{M}(u, v)$ et $d\sigma(u, v) = \|\frac{\partial \hat{M}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \hat{M}}{\partial v}\| \cdot dudv$ l'élément d'aire.

On exprime la variation de distance entre M et \hat{M} :

$$25 \quad \delta d(M, \hat{M}, \delta\hat{M}) = \int \int_{u, v} |\vec{n}(u, v) \delta\hat{M}(u, v)| d\sigma(u, v)$$

Cette expression n'est pas facilement utilisable à cause de la valeur absolue. Nous introduisons maintenant la fonction : $\eta(u, v) = \eta(M, \hat{M}, \vec{n}(u, v)) = 1$ si la normale est orientée vers le volume intérieur et -1 sinon, nous obtenons alors

$$|\vec{n}(u, v) \delta\hat{M}(u, v)| = \eta(u, v) \vec{n}(u, v) \delta\hat{M}(u, v)$$

d'où

$$\delta d(M, \hat{M}, \delta\hat{M}) = - \int \int_{u, v} \eta(u, v) \vec{n}(u, v) \delta\hat{M}(u, v) d\sigma(u, v)$$

3 Modèle d'éléments finis triangulaires

5 Afin de calculer le gradient en chaque sommet du maillage à l'itération k de l'algorithme d'optimisation, on paramètre le maillage par un modèle d'éléments finis triangulaires \mathbb{P}^1 :

$$M(u, v) = \sum_{i=1}^N X_i \lambda_i(u, v) \quad (4)$$

10 X_i est un sommet du maillage défini dans \mathbb{R}^3 et $\lambda_i(u, v)$ est une fonction de forme adaptée à un modèle d'éléments finis triangulaires. On définit une fonction de forme sur le maillage par le biais de coordonnées barycentriques tel que cela est décrit dans le document "la méthode des éléments finis, formulation de base et problèmes linéaires", par O.C. Zienkiewicz et R.L. Taylor (afnor technique, 4ième édition, 1991). Pour cela on numérote les sommets du triangle (figure 8), et on définit un système de coordonnées λ_1, λ_2 et λ_3 liées par les relations :

$$x = \lambda_1 \cdot x_1 + \lambda_2 \cdot x_2 + \lambda_3 \cdot x_3$$

$$y = \lambda_1 \cdot y_1 + \lambda_2 \cdot y_2 + \lambda_3 \cdot y_3$$

$$1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

15 Nous allons maintenant déterminer les valeurs des fonctions de base : au sommet 1, $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$ et $\lambda_3 = 0$. Les lignes de niveau de λ_1 sont des lignes équidistantes parallèles au côté 2 – 3 le long duquel $\lambda_1 = 0$. On peut exprimer la coordonnée λ_1 en un point P par un rapport d'aires :

$$\lambda_1 = \frac{\text{aire}(P23)}{\text{aire}(123)} \quad (5)$$

On obtient :

$$\lambda_1 = \frac{a_1 + b_1 \cdot x + c_1 \cdot y}{2A}$$

$$\lambda_2 = \frac{a_2 + b_2 \cdot x + c_2 \cdot y}{2A}$$

$$\lambda_3 = \frac{a_3 + b_3 \cdot x + c_3 \cdot y}{2A}$$

Avec :

$$A = \text{aire}(123) = \frac{1}{2} \cdot \det \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

$$a_1 = x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2$$

$$b_1 = y_2 - y_3$$

$$c_1 = x_3 - x_2$$

On calcule les valeurs a_2, b_2, c_2, a_3, b_3 , et c_3 par permutation circulaire des indices 1, 2 et 3.

4 Evolution de surface

5 L'évolution du maillage peut ainsi s'écrire :

$$\delta d(M, \hat{M}, \delta \vec{X}_1, \delta \vec{X}_2, \dots, \delta \vec{X}_n) = - \sum_{i=1}^N \int \int_{u,v} \eta(u,v) \vec{n}(u,v) \delta \vec{X}_i \lambda_i(u,v) d\sigma(u,v)$$

on en déduit la dérivée partielle de la distance pour un sommet X_i :

$$10 \quad \frac{\partial V}{\partial X_i} = - \int \int_{u,v \in \text{Supp}(\lambda_i)} \eta(u,v) \vec{n}(u,v) \lambda_i(u,v) d\sigma(u,v)$$

L'algorithme de gradient pour un sommet X_i s'écrit sous la forme :

$$X_i^{k+1} = X_i^k - \gamma_i \frac{\partial V^k}{\partial X_i}$$

15 où γ_i représente un pas adaptatif avec $\gamma_i \in [\gamma_{min}, \gamma_0]$. Au départ le pas est initialisé à γ_0 , puis il est multiplié par k (avec $k < 1$) en présence d'une oscillation, c'est à dire lorsque $\langle \frac{\partial V^{k+1}}{\partial X_i}, \frac{\partial V^k}{\partial X_i} \rangle < 0$. Le comportement de l'algorithme d'optimisation peut-être illustré en 2d (figures 10 et 11), l'évolution du sommet X_i du modèle \hat{M} est liée à la somme des vecteurs d'orientation du modèle par rapport à la courbe originale M , pondérés par la fonction de forme qui vaut 1 en X_i et décroît en 0 le long des segments voisins de X_i . En 3d le principe est le même avec une fonction de forme définie sur les triangles voisins du sommet X_i .

REVENDICATIONS

1. Procédé de simplification d'un maillage source M formé d'une pluralité de surfaces définies par des sommets, des faces et des orientations sur ces dernières, ledit procédé mettant en œuvre une étape de décimation par fusion d'arête, 5 consistant à associer à une arête à décimer, définie par deux sommets (11, 12), un sommet unique (13), de façon à obtenir un maillage simplifié M', caractérisé en ce qu'il comprend une étape de pseudo-optimisation après ladite étape de décimation par fusion d'une arêtes, positionnant le sommet résultant de ladite fusion de manière à réduire la déviation géométrique entre ledit maillage 10 source M et ledit maillage simplifié M'.
2. Procédé de simplification d'un maillage source selon la revendication 1, caractérisé en ce que ladite étape de pseudo-optimisation consiste à dénombrer les arêtes vives autour des deux sommets formant l'arête à fusionner, et à distinguer les deux cas suivants :
 - 15 - si les nombres d'arêtes vives sont les mêmes autour des deux sommets, on place le sommet résultant de la fusion au milieu du segment reliant lesdits sommets (42, 44) ;
 - si les nombres d'arêtes vives sont différents, on place le sommet résultant de la fusion sur le sommet présentant le plus grand nombre d'arêtes vivcs (43, 45).
3. Procédé de simplification d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 et 2, caractérisé en ce qu'il comprend une étape de sélection d'une fusion d'arête à effectuer, parmi toutes les fusions d'arête possibles, tenant compte :
 - 25 - d'au moins une information représentative de la courbure définie localement autour de l'arête considérée ;
 - d'au moins une information représentative de la dynamique géométrique définie localement.
4. Procédé de simplification d'un maillage source selon la revendication 3, 30 caractérisé en ce que ladite étape de sélection met en œuvre une queue de priorité

des arêtes à fusionner, en fonction d'un critère prioritaire, ladite information représentative de la courbure, puis d'un critère secondaire, ladite information représentative de la dynamique géométrique.

5. Procédé de simplification d'un maillage source selon la revendication 4, caractérisé en ce que ladite étape de sélection gère un seuil de courbure, seules les arêtes ayant une courbure inférieure audit seuil étant considérées pour l'application dudit critère secondaire,
ledit seuil étant augmenté lorsqu'aucune arête ne présente plus une courbure inférieure à ce dernier.

10. 6. Procédé de simplification d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 à 5, caractérisé en ce que ladite information représentative de la dynamique géométrique appartient au groupe comprenant :

- longueur de l'arête considérée ;
- une moyenne des surfaces des faces avoisinant ladite arête considérée ;
- une moyenne des longueurs des arêtes adjacentes aux sommets formant ladite arête considérée ;
- une combinaison de longueurs d'arêtes et/ou de surfaces de faces.

15. 7. Procédé de simplification d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 à 6, caractérisé en ce que la décimation est interrompue en fonction d'un des critères appartenant au groupe comprenant :

- un taux de compression atteint ;
- une complexité géométrique atteinte, exprimée par un nombre de sommets ou de faces ;
- un seuil de courbure atteint.

20. 8. Procédé de simplification d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 à 7, caractérisé en ce qu'il constitue une étape d'initialisation d'un procédé d'optimisation géométrique d'un maillage.

9. Procédé d'optimisation géométrique d'un maillage source, caractérisé en ce qu'il comprend une étape d'initialisation mettant en œuvre le procédé de simplification de l'une quelconque des revendications 1 à 7.

10. Procédé de codage d'un maillage source (M) selon la revendication 9, 5 représentatif d'un objet en trois dimensions, délivrant un maillage simplifié (M') correspondant audit maillage source (M), lesdits maillages étant définis par un ensemble de sommets, d'arêtes et/ou de faces, caractérisé en qu'il met en œuvre une étape de simplification selon l'une quelconque des revendications 1 à 7, puis une étape de minimisation d'un volume 10 compris entre ledit maillage source (M) et ledit maillage simplifié (M').

11. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 10, caractérisé en ce que, chacun desdits maillages étant défini par la position de chacun de ses sommets, ladite étape de minimisation assure la détermination des positions des sommets (X_1, X_2, \dots, X_n) dudit maillage simplifié (M') minimisant le 15 volume $V(M, M')$ entre ledit maillage source et ledit maillage simplifié.

12. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 et 11, caractérisé en ce que ladite étape de minimisation met en œuvre un processus itératif optimisant progressivement les positions des sommets dudit maillage simplifié (M').

13. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 12, 20 caractérisé en ce que ledit processus itératif est interrompu lorsqu'au moins un des critères d'arrêt suivants est atteint :

- un nombre maximum d'itérations ;
- une différence entre deux vecteurs déplacement successifs des 25 positions des sommets inférieure à un seuil prédéterminé (Epsilon).

14. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 11 à 13, caractérisé en ce que ladite étape de minimisation met en œuvre une méthode de gradient adaptatif.

15. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 14, caractérisé en ce que ladite méthode de gradient adaptatif repose sur les opérations suivantes:

5 - sélection d'un vecteur X_p de \mathbf{R}^{3n} ($n \geq 1$) dudit maillage simplifié, et calcul du gradient $\nabla E(X_p)$ en X_p de la fonction à minimiser :

$$E = d(M, M'(X_1, \dots, X_n));$$

- détermination de la position X_p^* de X_p dudit maillage, selon la relation définie à l'itération $k+1$ par :

$$X_p^{k+1} = X_p^k - \gamma_k \times \frac{\nabla E(X_p^k)}{\|\nabla E(X_p^k)\|}$$

10 k variant de 0 à $n-1$ et γ_k étant le pas de ladite relation.

15 16. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 à 15, caractérisé en ce que, à chaque itération, on détermine une variation élémentaire dudit volume correspondant à un champ de vecteurs $\delta\tilde{M}$, et en ce que, la surface étant paramétrée par u et v , de façon qu'un vecteur $\delta\tilde{M}$ s'exprime sous la forme $\delta\tilde{M}(u, v)$, ladite variation élémentaire est assimilée au parallélépipède généré par l'évolution de l'élément de surface $dudv$ dans la direction $\delta\tilde{M}(u, v)$.

20 17. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 à 16, caractérisé en ce que ledit maillage simplifié est paramétré à l'aide d'un modèle d'éléments finis.

18. Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 17, caractérisé en ce que lesdits éléments finis sont obtenus à l'aide d'un interpolateur affine.

25 19. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 à 18, caractérisé en ce qu'il met en œuvre un codage progressif dudit maillage simplifié, par décimation d'un sommet et optimisation locale ou par décimation d'un ensemble sommets et optimisation globale.

20. Procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 10 à 19, caractérisé en ce qu'il comprend une étape de limitation

de la dégradation due à une transformation élémentaire, mettant en œuvre une queue de priorité sur les transformations élémentaires.

5 **21.** Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 20, caractérisé en ce que ladite étape de limitation de la dégradation due à une transformation élémentaire, c'est-à-dire une fusion d'arête, définie par deux sommets, comprend les étapes de :

- calcul d'un coût pour chaque transformation élémentaire possible ;
- réalisation de la transformation élémentaire de moindre coût ;
- recalcul des coûts des transformations élémentaires modifiées par la transformation élémentaire précédente ;
- ajout des nouvelles transformations élémentaires créées et calcul des coûts correspondants.

10 **22.** Procédé de codage d'un maillage source selon la revendication 21, caractérisé en ce que le coût d'une transformation élémentaire (T_i) s'exprime par :

15

$$C(T_i(X_i, X_j)) = \max d_2(V_M, F(X_i^f))$$

avec : T_i transformation fusionnant deux sommets X_i et X_j dudit maillage simplifié M' ;

X_i^f le sommet dudit maillage simplifié M' résultant de ladite transformation ;

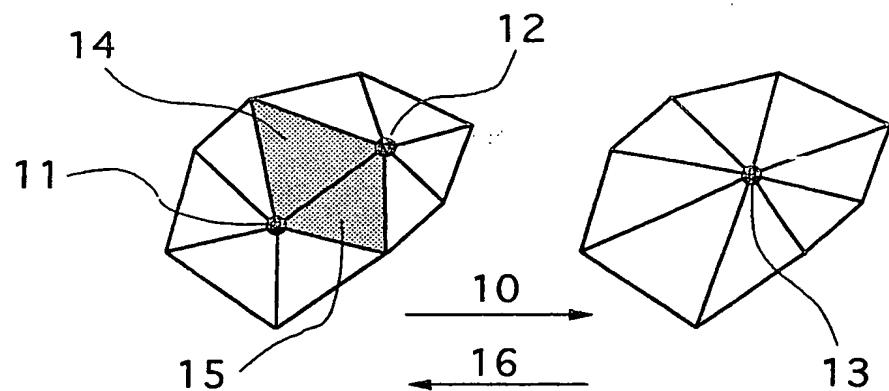
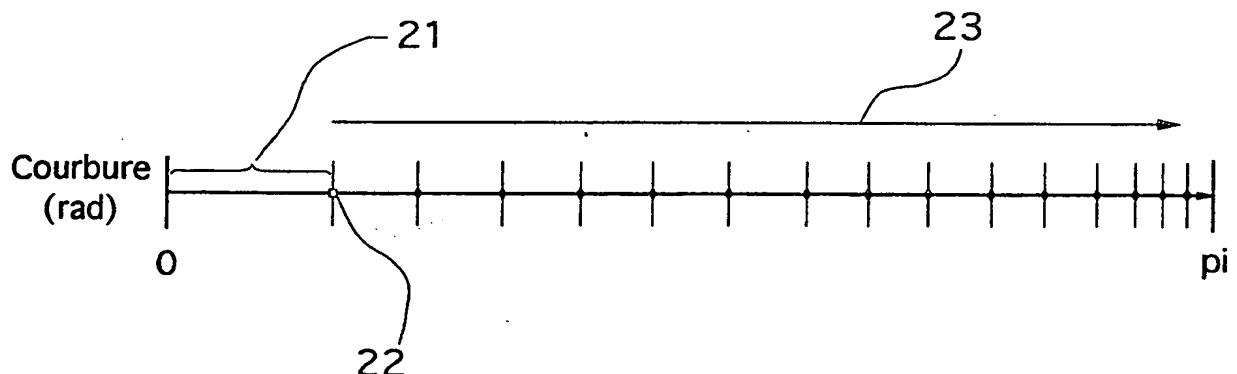
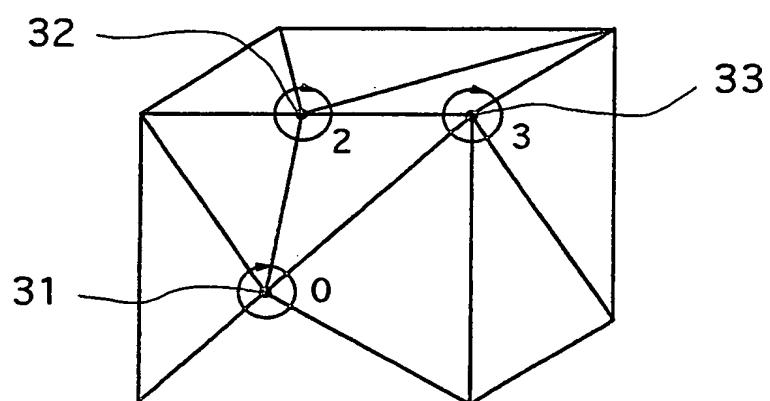
20 $F(X_i^f)$ les faces dudit maillage simplifié M' avoisinant le sommet X_i^f après ladite transformation ;

V_M ensemble des sommets dudit maillage source M appartenant aux faces ayant été intersectées lors du calcul de l'orientation des surfaces pendant ladite minimisation.

25 **23.** Application du procédé de codage d'un maillage source selon l'une quelconque des revendications 1 à 22 à au moins un des domaines suivant :

- la réalité virtuelle ;
- la simulation scientifique ;
- la modélisation.

1 / 12

Fig. 1Fig. 2Fig. 3

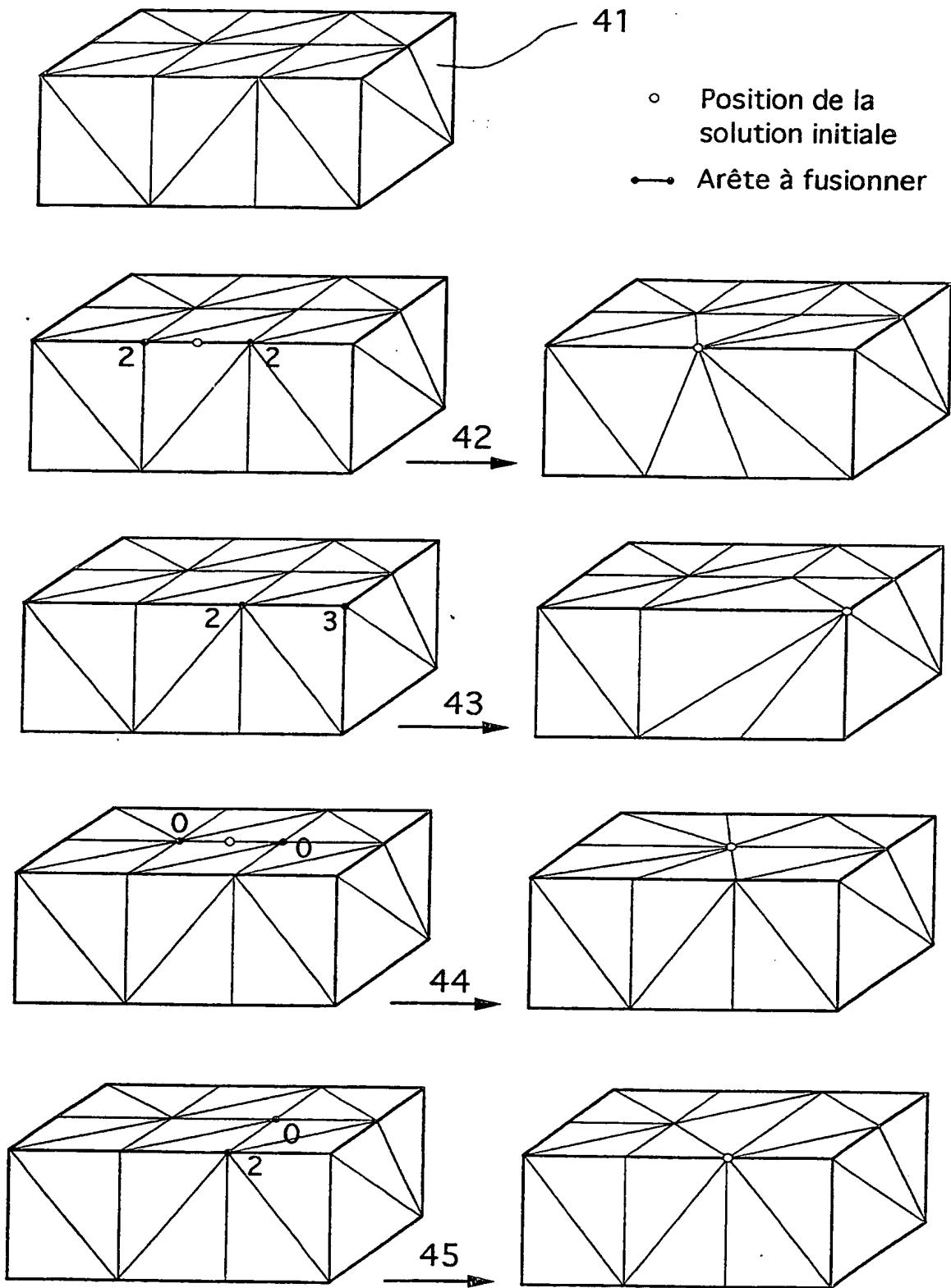


Fig. 4

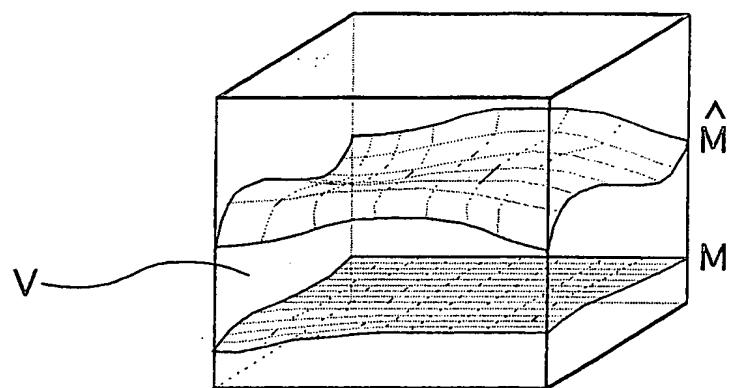


Fig. 5

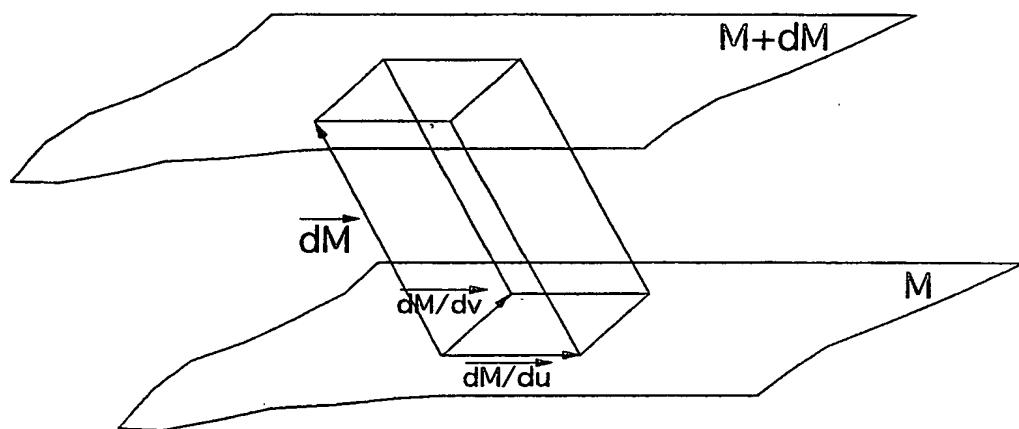


Fig. 6

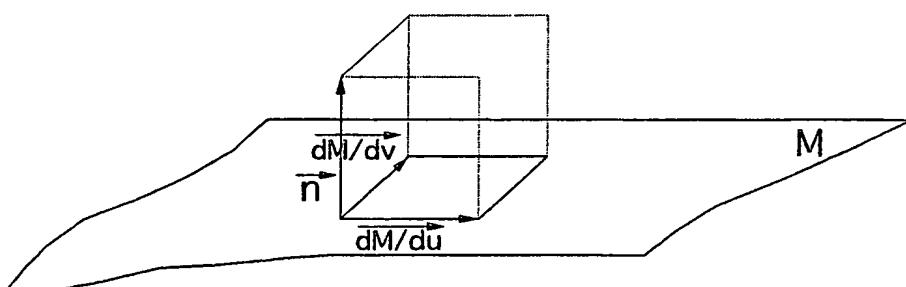
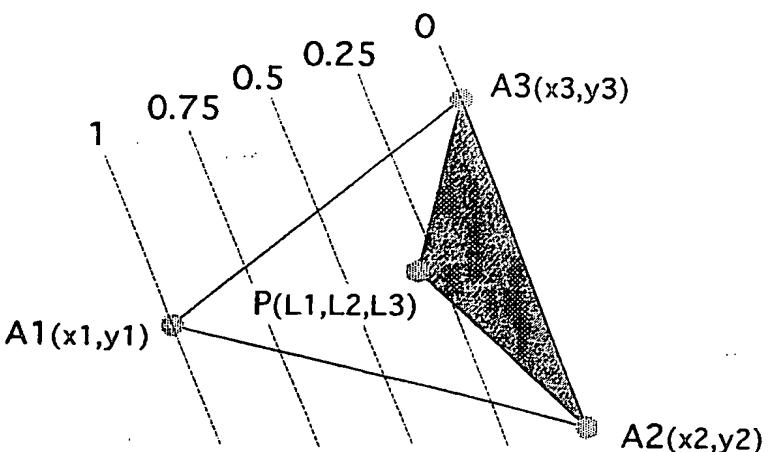
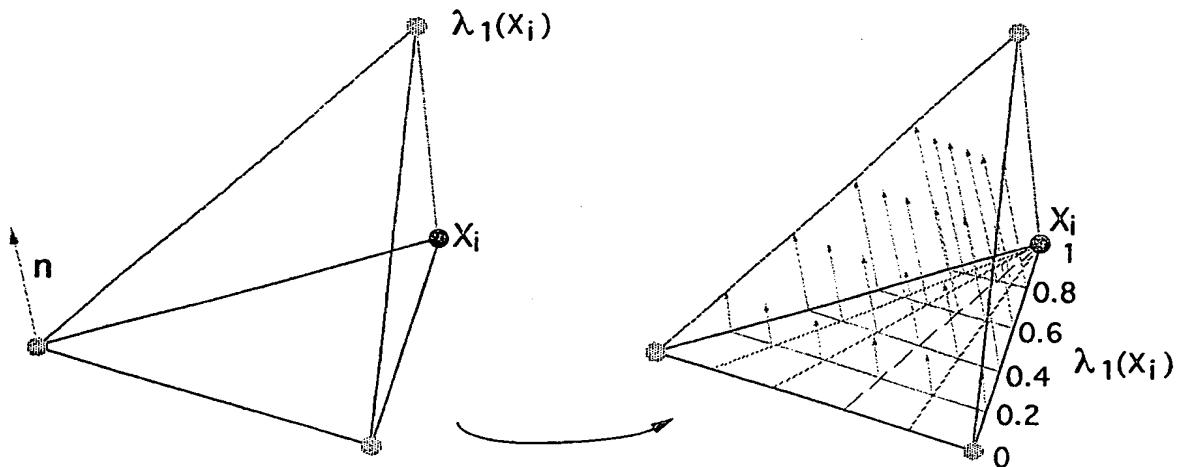
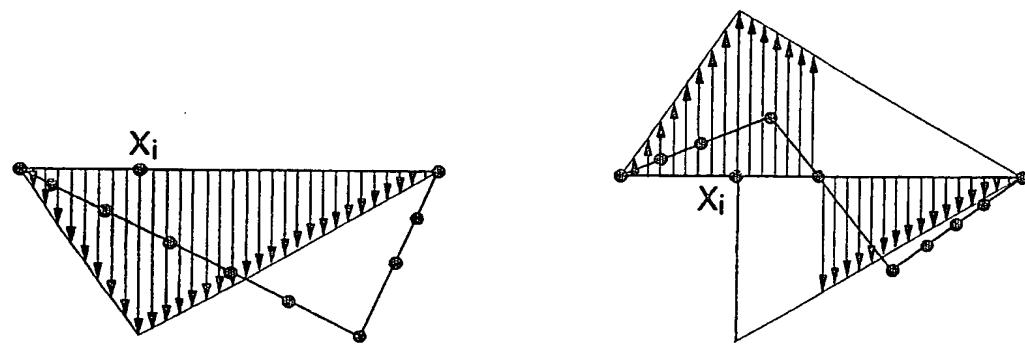
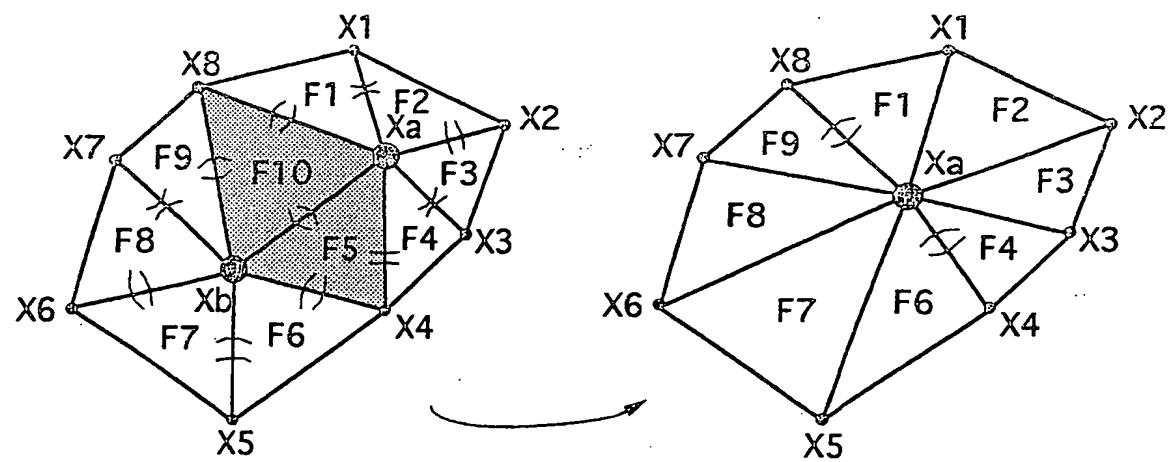
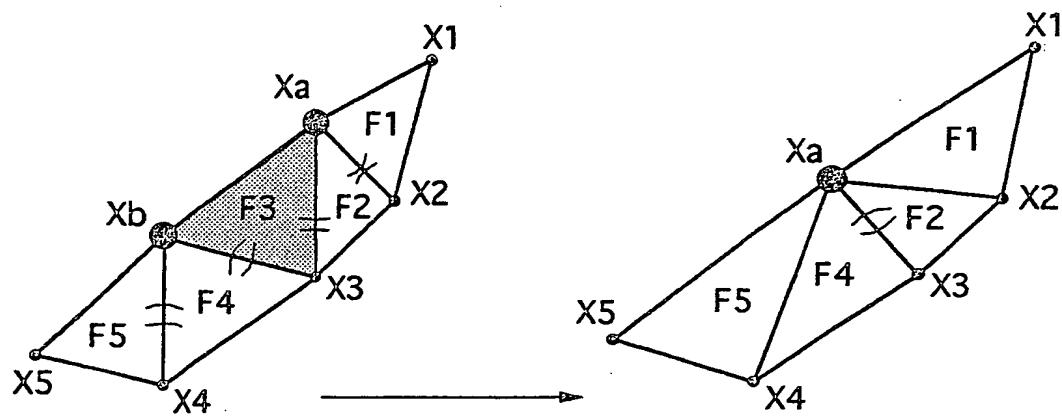


Fig. 7

Fig. 8Fig. 9Fig. 10Fig. 11

5 / 12

Fig. 12Fig. 13

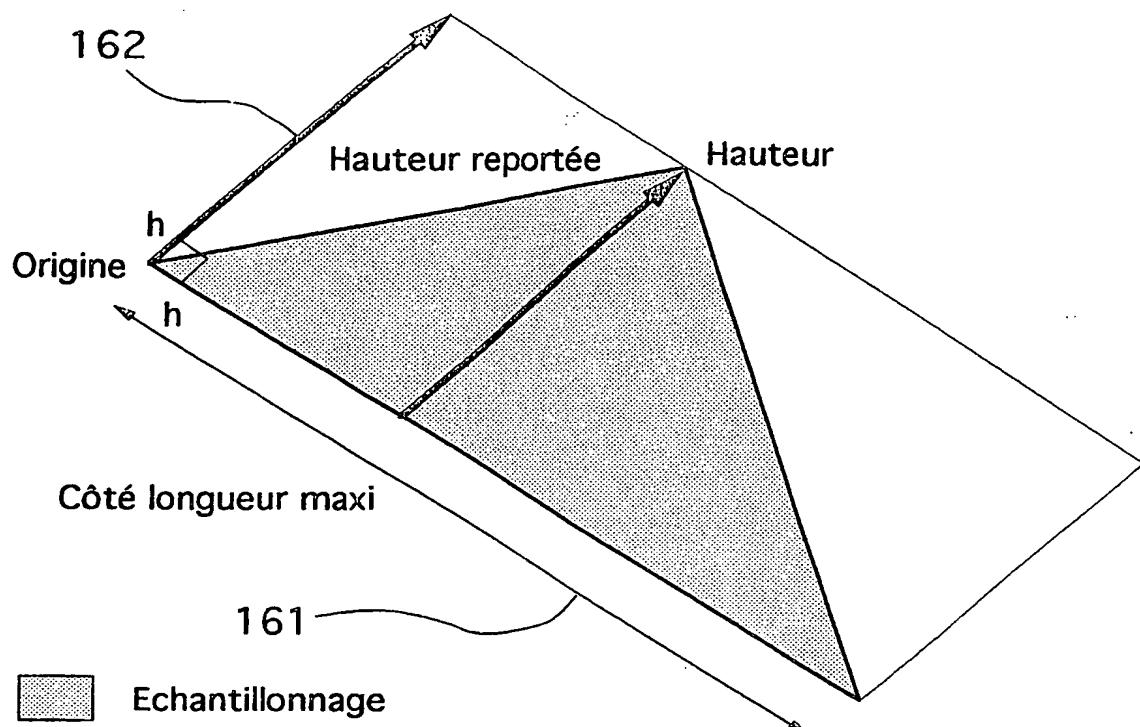
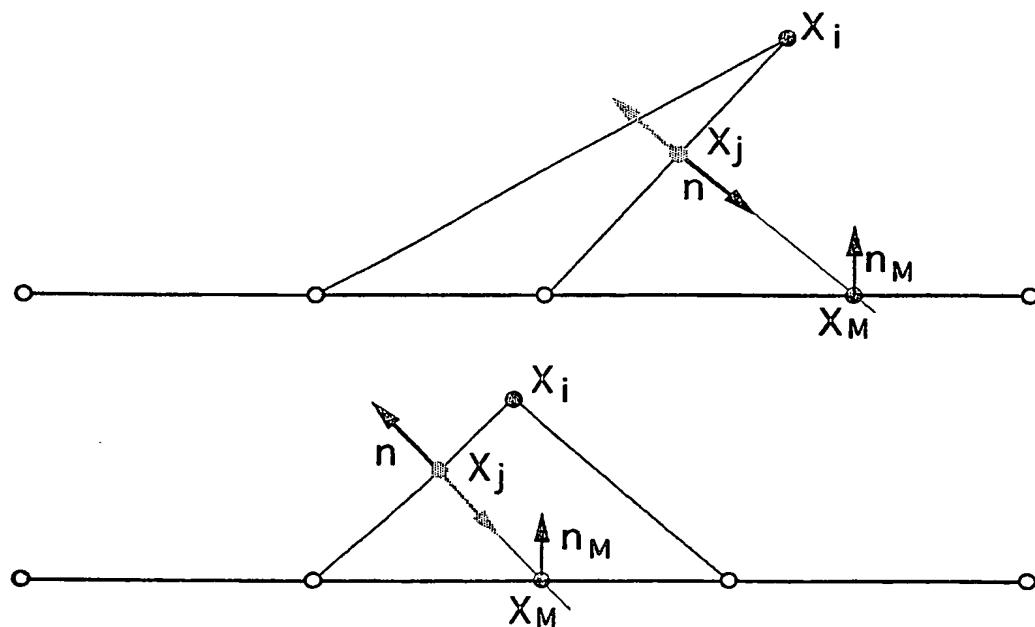
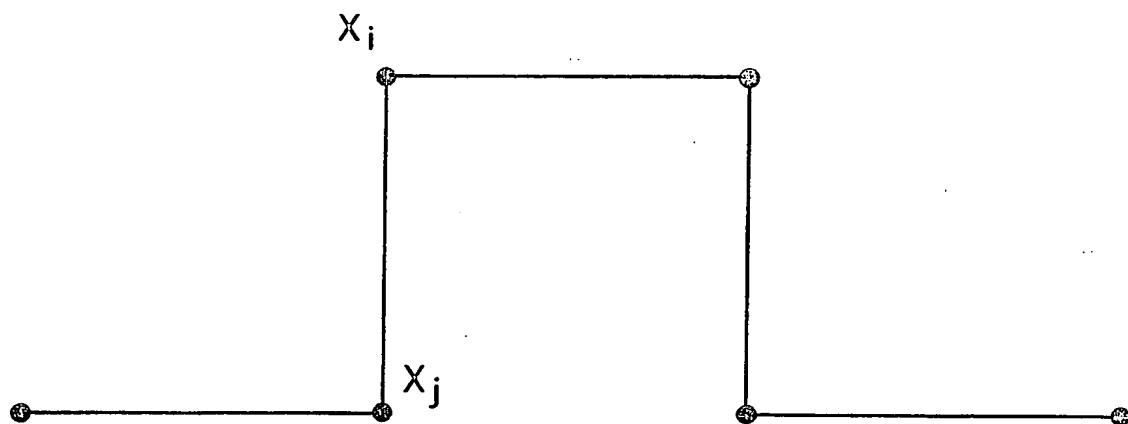


Fig. 14

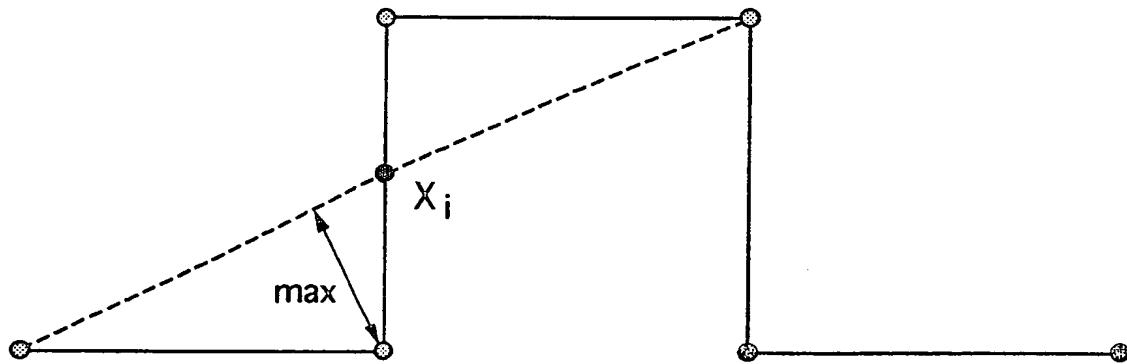


→ Orientation relative
des surfaces

Fig. 15

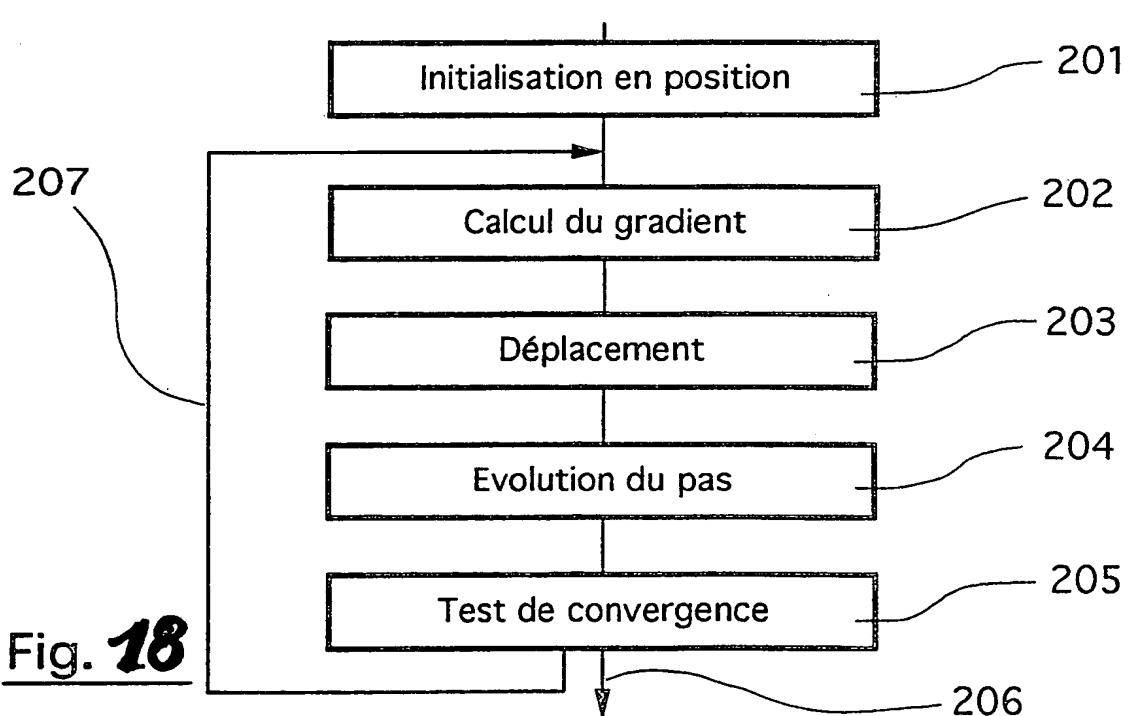
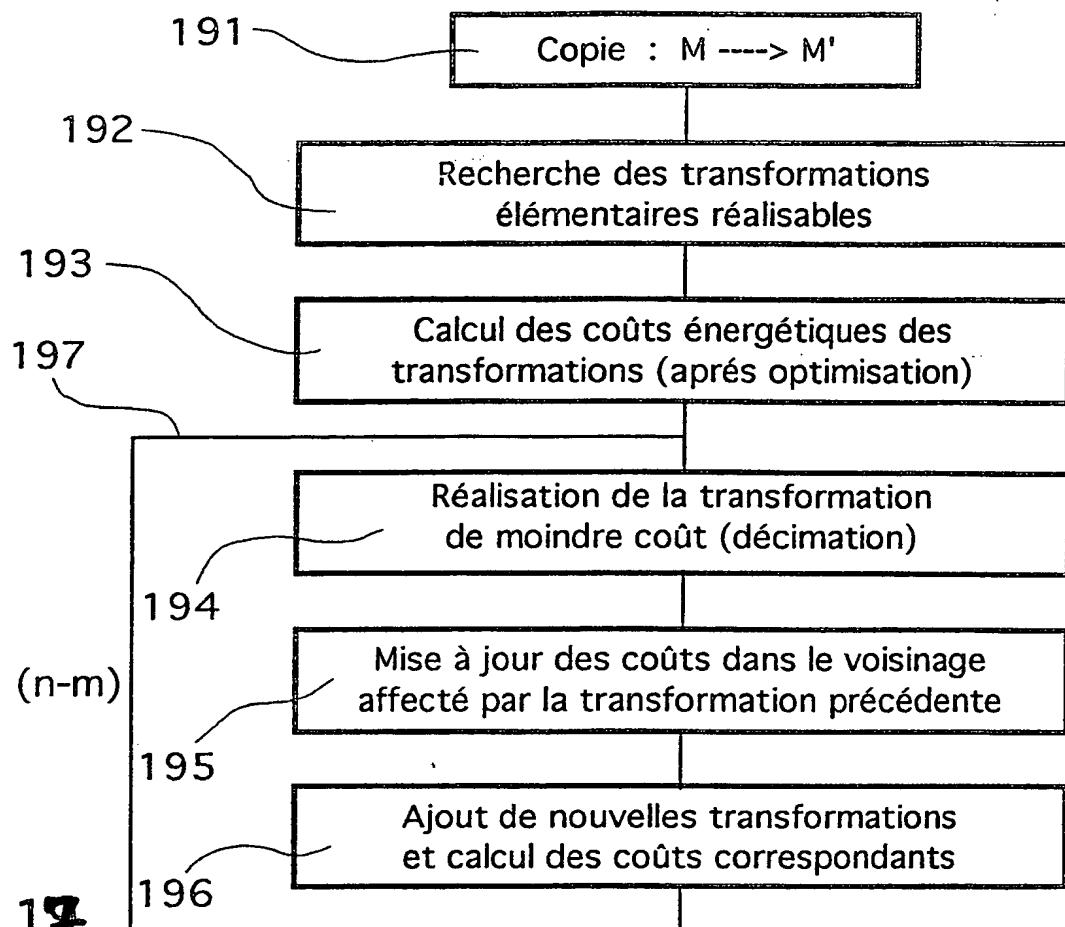


• Sommets à fusionner



• V_M

Fig. 16



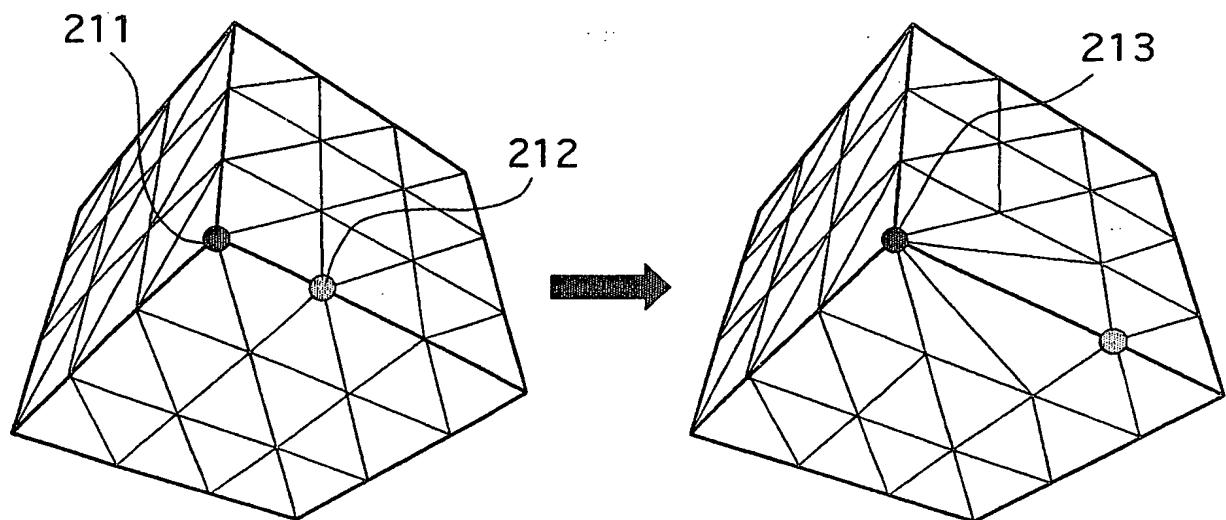


Fig. 19

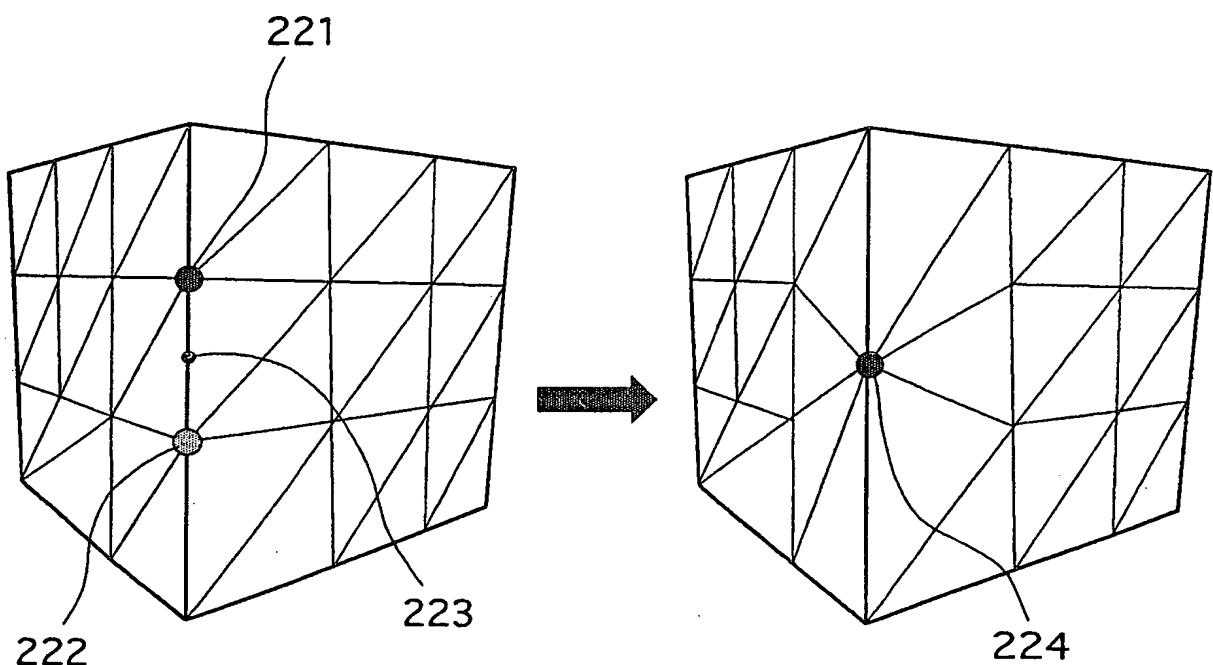
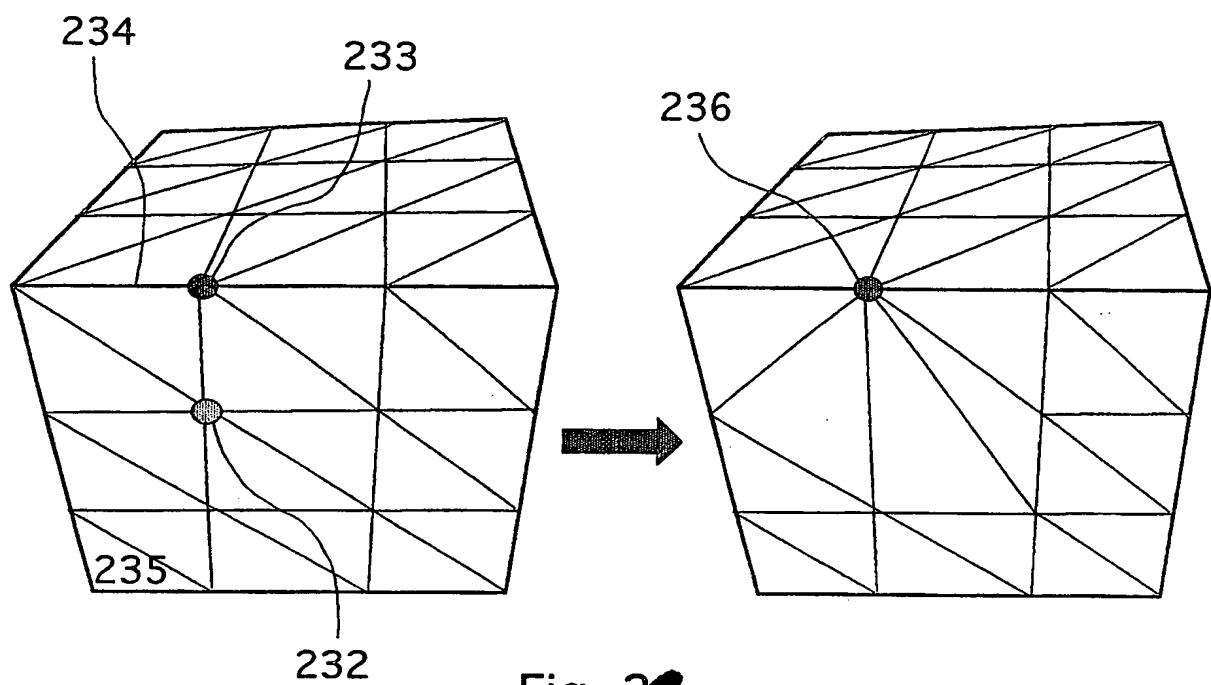
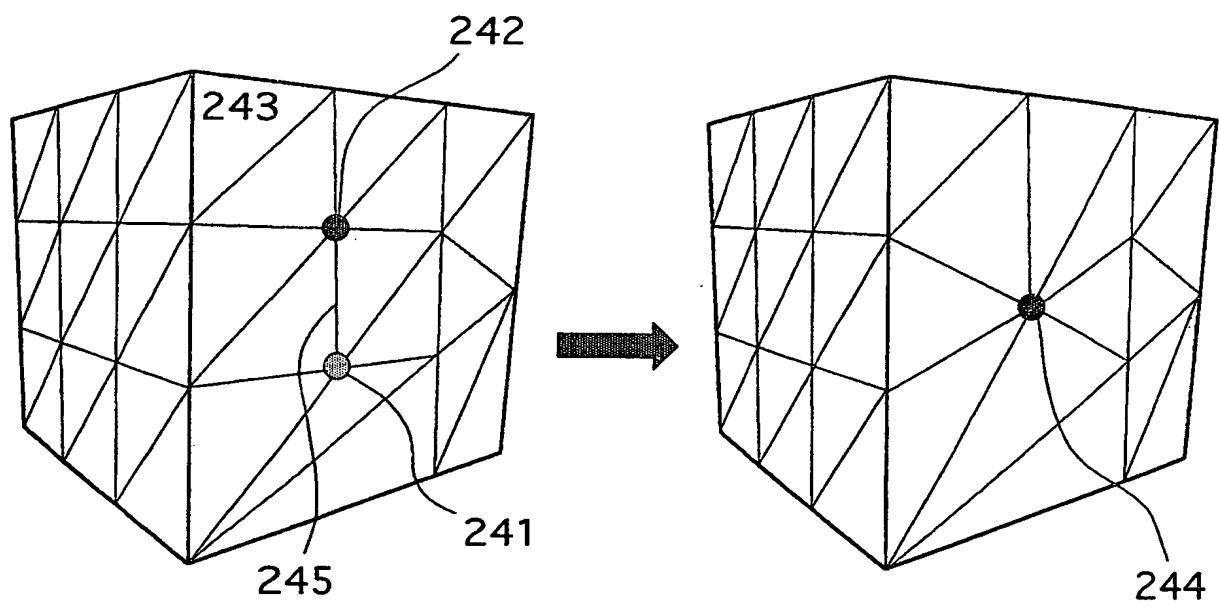
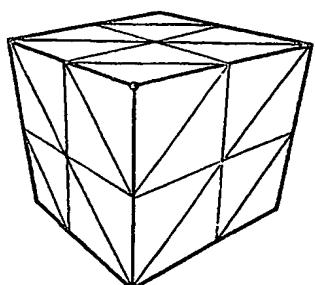


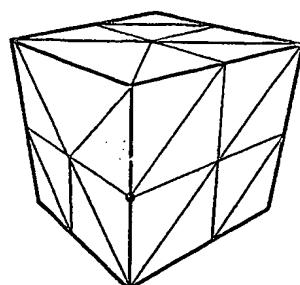
Fig. 2

Fig. 21Fig. 22

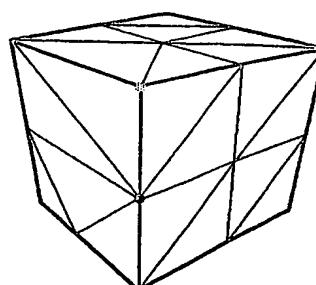
11 / 12



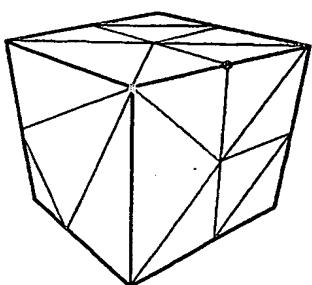
(a) Modèle original



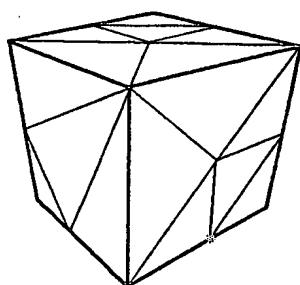
(b) Itération 1



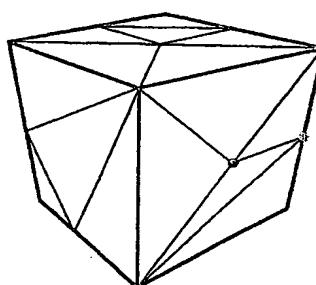
(c) Itération 2



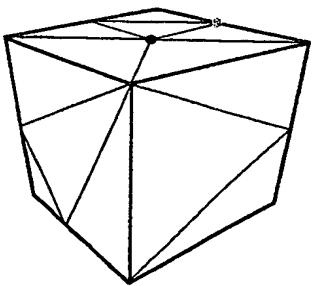
(d) Itération 3



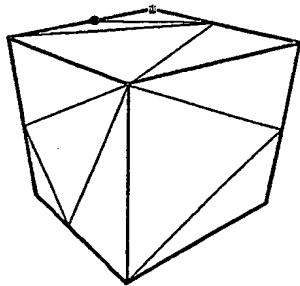
(e) Itération 4



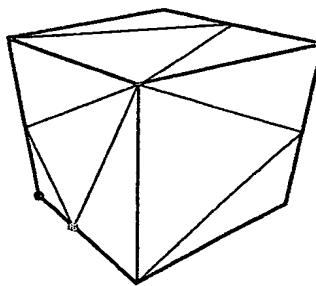
(f) Itération 5



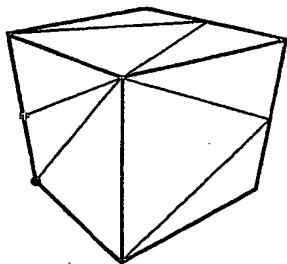
(g) Itération 6



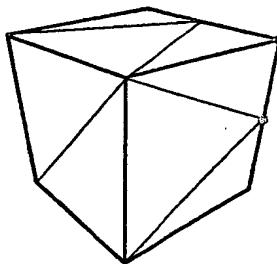
(h) Itération 7



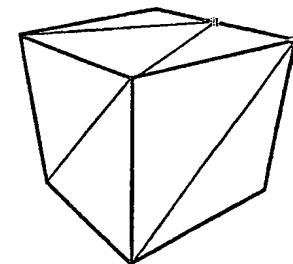
(i) Itération 8



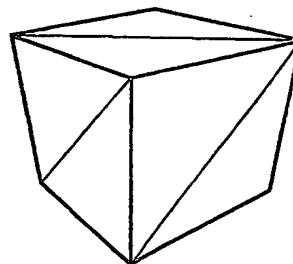
(j) Itération 9



(k) Itération 10

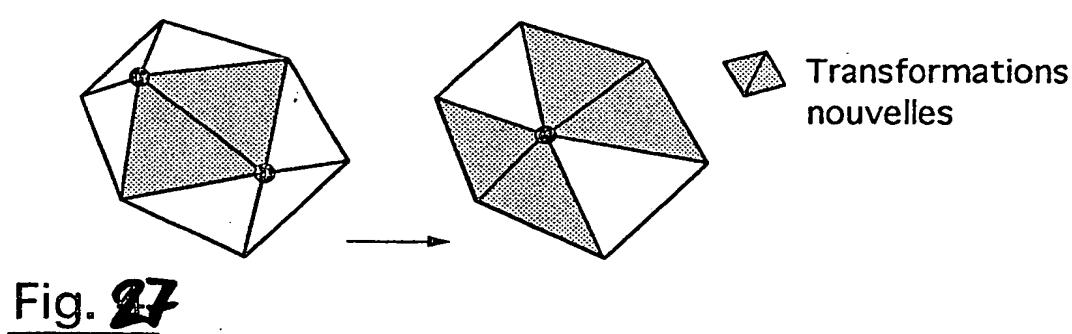
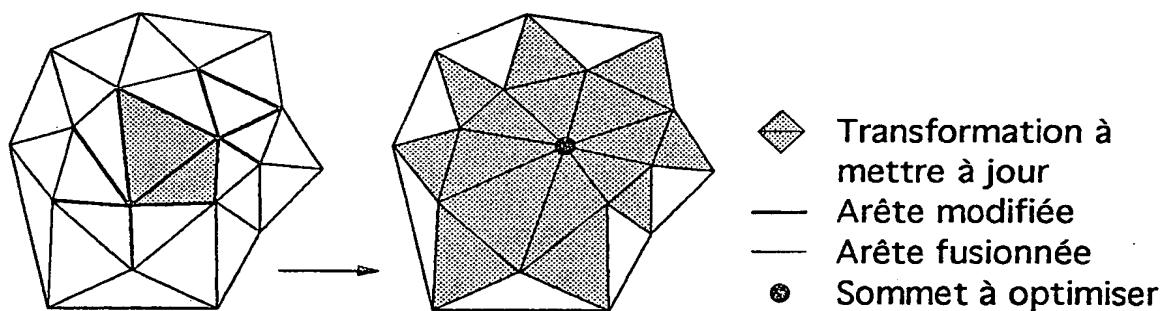
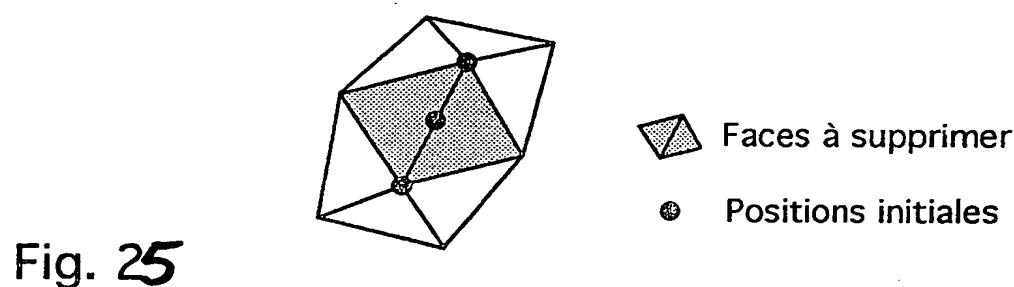
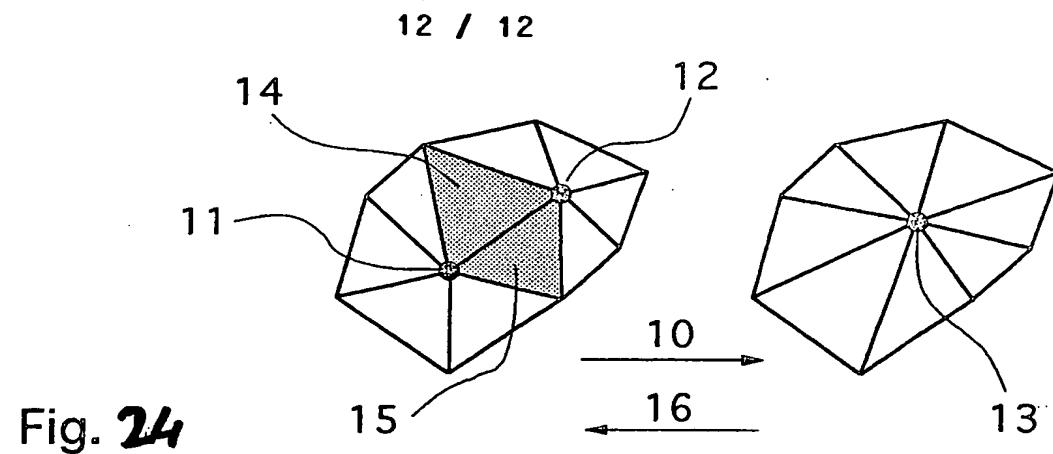


(l) Itération 11



(m) Itération 12

Fig. 23



INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No

PCT/FR 99/02524

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER
IPC 7 G06T17/20

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)
IPC 7 G06T

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practical, search terms used)

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
X	US 5 590 248 A (ZARGE JONATHAN A ET AL) 31 December 1996 (1996-12-31) column 3, line 13 -column 4, line 59 ---	1-13, 17-21
X	KLEIN R ET AL: "MESH REDUCTION WITH ERROR CONTROL" VISUALIZATION '96. PROCEEDINGS OF THE VISUALIZATION CONFERENCE, SAN FRANCISCO, OCT. 27 - NOV. 1, 1996, 27 October 1996 (1996-10-27), pages 311-318, XP000704204 YAGEL R; NIELSEN G M page 312, left-hand column, line 38 -page 313, left-hand column, line 37 ---	1-13, 17-21

 Further documents are listed in the continuation of box C.

Patent family members are listed in annex.

* Special categories of cited documents :

- "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
- "E" earlier document but published on or after the international filing date
- "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
- "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
- "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

- "T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
- "X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
- "Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art.
- "&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

11 January 2000

Date of mailing of the international search report

19/01/2000

Name and mailing address of the ISA

European Patent Office, P.B. 5818 Patentlaan 2
 NL - 2280 HV Rijswijk
 Tel. (+31-70) 340-2040. Tx. 31 651 epo nl.
 Fax: (+31-70) 340-3016

Authorized officer

Burgaud, C

Information on patent family members

International Application No

PCT/FR 99/02524

Patent document cited in search report	Publication date	Patent family member(s)	Publication date
US 5590248	A 31-12-1996	NONE	

A. CLASSEMENT DE L'OBJET DE LA DEMANDE
CIB 7 G06T17/20

Selon la classification internationale des brevets (CIB) ou à la fois selon la classification nationale et la CIB

B. DOMAINES SUR LESQUELS LA RECHERCHE A PORTE

Documentation minimale consultée (système de classification suivi des symboles de classement)
CIB 7 G06T

Documentation consultée autre que la documentation minimale dans la mesure où ces documents relèvent des domaines sur lesquels a porté la recherche

Base de données électronique consultée au cours de la recherche internationale (nom de la base de données, et si réalisable, termes de recherche utilisés)

C. DOCUMENTS CONSIDERÉS COMME PERTINENTS

Catégorie	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
X	US 5 590 248 A (ZARGE JONATHAN A ET AL) 31 décembre 1996 (1996-12-31) colonne 3, ligne 13 -colonne 4, ligne 59	1-13, 17-21
X	KLEIN R ET AL: "MESH REDUCTION WITH ERROR CONTROL" VISUALIZATION '96. PROCEEDINGS OF THE VISUALIZATION CONFERENCE, SAN FRANCISCO, OCT. 27 - NOV. 1, 1996, 27 octobre 1996 (1996-10-27), pages 311-318, XP000704204 YAGEL R; NIELSEN G M page 312, colonne de gauche, ligne 38 -page 313, colonne de gauche, ligne 37	1-13, 17-21



Voir la suite du cadre C pour la fin de la liste des documents



Les documents de familles de brevets sont indiqués en annexe

* Catégories spéciales de documents cités:

- "A" document définissant l'état général de la technique, non considéré comme particulièrement pertinent
- "E" document antérieur, mais publié à la date de dépôt international ou après cette date
- "L" document pouvant jeter un doute sur une revendication de priorité ou cité pour déterminer la date de publication d'une autre citation ou pour une raison spéciale (telle qu'indiquée)
- "O" document se référant à une divulgation orale, à un usage, à une exposition ou tous autres moyens
- "P" document publié avant la date de dépôt international, mais postérieurement à la date de priorité revendiquée

- "T" document ultérieur publié après la date de dépôt international ou la date de priorité et n'appartenant pas à l'état de la technique pertinent, mais cité pour comprendre le principe ou la théorie constituant la base de l'invention
- "X" document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme nouvelle ou comme impliquant une activité inventive par rapport au document considéré isolément
- "Y" document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme impliquant une activité inventive lorsque le document est associé à un ou plusieurs autres documents de même nature, cette combinaison étant évidente pour une personne du métier
- "&" document qui fait partie de la même famille de brevets

Date à laquelle la recherche internationale a été effectivement achevée

11 janvier 2000

Date d'expédition du présent rapport de recherche internationale

19/01/2000

Nom et adresse postale de l'administration chargée de la recherche internationale
Office Européen des Brevets, P.B. 5818 Patentlaan 2
NL - 2280 HV Rijswijk
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl.
Fax: (+31-70) 340-3016

Fonctionnaire autorisé

Burgaud, C

Document brevet cité au rapport de recherche	Date de publication	Membre(s) de la famille de brevet(s)	Date de publication
US 5590248 A	31-12-1996	AUCUN	